EXATAS PARA TODOS

Todo mundo pode aprender Exatas!

Lista de Exercícios >

descomplica.

Novembro

Prova Específica 2

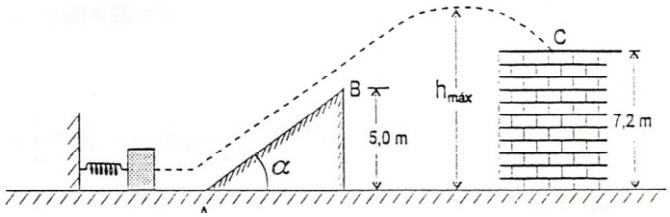
1. (UFMG) A figura mostra um corpo de massa 1,0kg encostado em uma mola de constante elástica k=2,0kN/m e comprimida de 50cm. A mola é liberada. O corpo percorre a pista, sem atrito, até abandoná-la no ponto B. A resistência do ar é desprezível.

Dados:

$g=10m/s^2$

$\cos \alpha=0,8$

$\text{sen } \alpha=0,6$



Calcule:

a) o módulo da velocidade com que o corpo chegará ao ponto A.

b) o módulo da velocidade do corpo no ponto B.

c) a altura máxima ($h_{máx}$) atingida pelo corpo.

d) o tempo gasto pelo corpo para ir do ponto B ao ponto C.

2. (UFF RJ) Dois garotos desejam improvisar uma jangada, usando tão somente uma tábua de madeira homogênea na forma de um paralelepípedo de dimensões 200cm x 100cm x 20cm para passearem num lago de águas tranquilas.

Dados: Massa específica da madeira: $800kg/m^3$ Massa específica da água do lago: $1000kg/m^3$ Massa de cada garoto: 50kg $g=10m/s^2$

a) Qual a altura da parte submersa da jangada sem qualquer peso sobre ela?

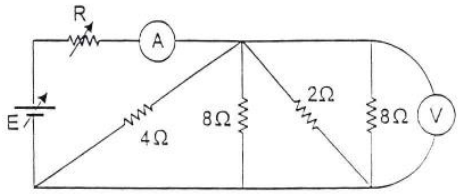
b) Com apenas um dos garotos sentado no centro da jangada, isole-a e indique as forças que sobre ela atuam.

c) No item b, qual a altura da parte submersa da jangada?

d) Se os dois garotos subirem na jangada, esta permanecerá flutuando ou afundará? Justifique.

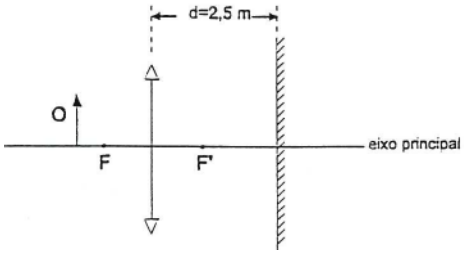
Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

3. (USP) O circuito da figura mostra uma fonte variável de tensão E alimentando um circuito com cinco resistores, sendo um deles de resistência R, variável. Um amperímetro A e um voltímetro V, ideais, são colocados como indicado. A fonte de tensão varia até, no máximo, 40 volts. Sabe-se que a tensão E e a resistência R variam de modo a manter a leitura no voltímetro sempre igual a 10 volts.



a) Para qualquer valor de E e R, qual é a leitura no amperímetro?
b) Expresse E em função de R.
c) Trace o gráfico de E x R até o valor máximo de E.
d) Para quais valores de E e R será máxima a potência dissipada por R?

4. Um objeto luminoso O é colocado em frente a uma lente delgada convergente de 1,0 m de distância focal, perpendicularmente a seu eixo principal, antes do ponto F. Coloca-se um espelho plano a uma distância de 2,5m da lente, como na figura, de modo a interceptar os raios luminosos refratados pela mesma. Os pontos F e F' representam os focos da lente.

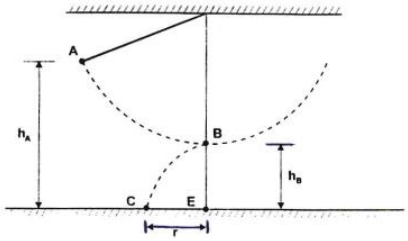


a) Calcule a distância entre o objeto O e a lente, sabendo que a imagem final do sistema é duas vezes maior que o objeto.
b) Construa graficamente a imagem final do sistema.
c) Caracterize a natureza do objeto e da imagem da lente e faça o mesmo para o espelho.
d) Calcule a distância entre a imagem final do sistema e o espelho plano.

5. (UFF) Um menino e uma menina, de mesma massa, saem do ponto A, a partir do repouso, suspensos em um trapézio. Quando chegam ao ponto B, o menino, ao

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

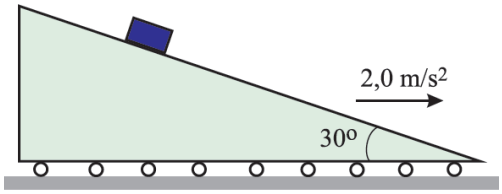
mesmo tempo que deixa o trapézio, empurra horizontalmente a menina e atinge o solo no ponto C a uma distância r do ponto E, enquanto a menina permanece no trapézio. A figura a seguir ilustra a situação aqui descrita.



Dados:
h_a=3,6m h_B=1,8m r=1,2m g=10m/s²
Desprezando a resistência do ar e a massa do trapézio, determine:

a) a velocidade com que as duas crianças chegam ao ponto B.
b) a velocidade com que o menino recua logo após empurrar a menina.
c) a velocidade da menina logo após o empurrão.
d) a altura máxima que a menina pode vir a atingir.

6. Um bloco de massa 2,0kg está sobre a superfície de um plano inclinado, que está em movimento retilíneo para a direita, com aceleração de 2,0m/s², também para a direita, como indica a figura a seguir. A inclinação do plano é de 30° em relação à horizontal. Suponha que o bloco não deslize sobre o plano inclinado e que a aceleração da gravidade seja g=10m/s².



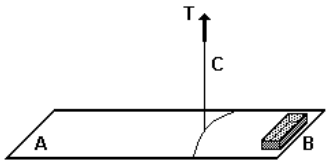
Calcule o módulo e indique a direção e o sentido da força de atrito exercida pelo plano inclinado sobre o bloco.

7. O esquema a seguir representa um sistema composto por uma placa homogênea (A) de secção reta uniforme, que sustenta um tijolo (B) em uma de suas extremidades e está suspensa por um fio(C).

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Leo Gomes

03.11.2015



Considerando que a placa mede 3,0m de comprimento, tem peso de 30N, e que o tijolo pesa 20N, calcule:
a) a que distância do tijolo o fio deve estar amarrado, de modo que o sistema fique em equilíbrio na horizontal;
b) a força de tração (T) no fio, se o sistema subir com aceleração de 2,0m/s^2.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

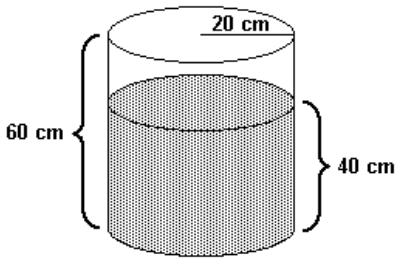
Gabarito

1. a) $10\sqrt{5}$ m/s
   b) 20m/s
   c) 12,2m
   d) 2,2s
2. a) 16cm
   b) Desenho
   c) 18,5cm
   d) Afundará
3. a) 10A
   b) ε=(R+1).10
   c) Gráfico
   d) ε=40V e R=3Ω
4. a) 3m
   b) Desenho
   c) Lente: Objeto real e imagem real; Objeto virtual e imagem real
5. a) 6m/s
   b) 2m/s
   c) 14m/s
   d) 11,6m
6. 6,6N
7. a) 0,9m
   b) 60N

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Cones e Cilindros

1. Um recipiente cilíndrico de 60 cm de altura e base com 20 cm de raio está sobre uma superfície plana horizontal e contém água até a altura de 40 cm, conforme indicado na figura. Imergindo-se totalmente um bloco cúbico no recipiente, o nível da água sobe 25%. Considerando p igual a 3, a medida, em cm, da aresta do cubo colocado na água é igual a:



a) $10\sqrt{2}$
b) $10^2\sqrt{2}$
c) $10\sqrt[3]{12}$
d) $10^3\sqrt{12}$

2. Um tonel cilíndrico, sem tampa e cheio de água, tem 10 dm de altura e raio da base medindo 5 dm. Considerando $\pi = 3{,}14$, ao inclinarmos o tonel em 45°, o volume de água derramada, em dm^3, é aproximadamente de:

a) 155
b) 263
c) 353
d) 392

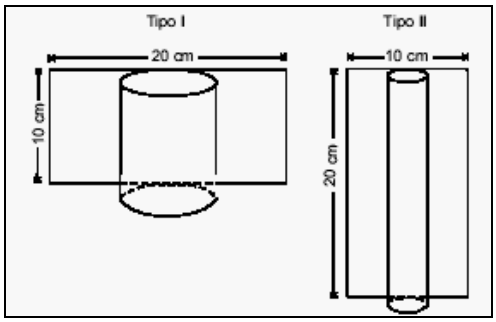
3. Para revestir externamente chapéus em forma de cones com 12 cm de altura e diâmetro da base medindo 10 cm, serão utilizados cortes retangulares de tecido, cujas dimensões são 67 cm por 50 cm. Admita que todo o tecido de cada corte poderá ser aproveitado. O número mínimo dos referidos cortes necessários para forrar 50 chapéus é igual a:

a) 3
b) 4
c) 5

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

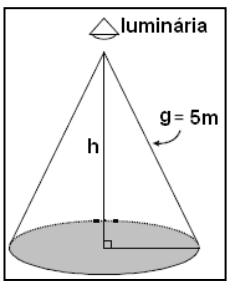
d) 6

4. Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20cm x 10cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:



a) o triplo
b) o dobro
c) igual
d) a metade
e) a terça parte

5. Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura. Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de 28,26m^2, considerando π = **3,14**, a altura **h** será igual a:

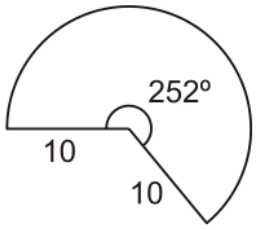


a) 3 m
b) 4 m

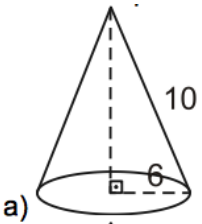
Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

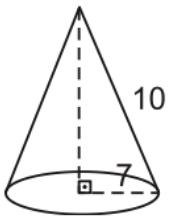
c) 5 m
d) 9 m
e) 16

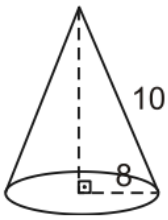
6. A figura indica a planificação da lateral de um cone circular reto:

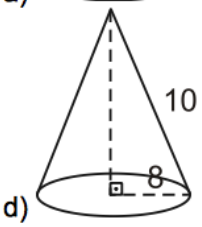


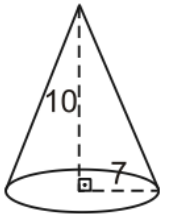
O cone a que se refere tal planificação é

a)


b)


c)


d)


e)


7. Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625π mL de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a Figura 1. O conjunto, como mostra a Figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

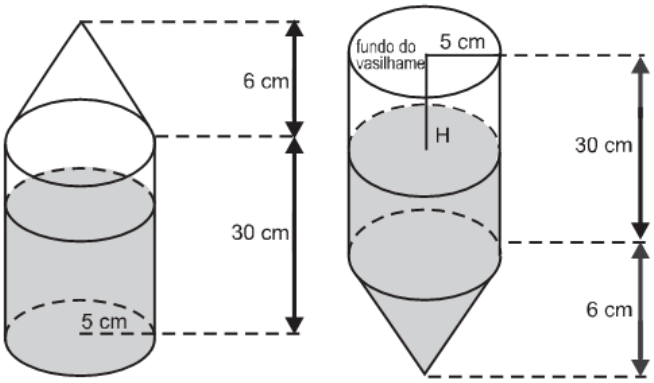


Figura 1 Figura 2

Considerando essas informações, qual é o valor da distância H?

a) 5 cm
b) 7 cm
c) 8 cm
d) 12 cm
e) 18 cm

8. Dois cilindros, um de altura 4 e outro de altura 6, tem para perímetro de suas bases 6 e 4, respectivamente. Se V_1 é volume do primeiro e V_2 o volume do segundo, então:

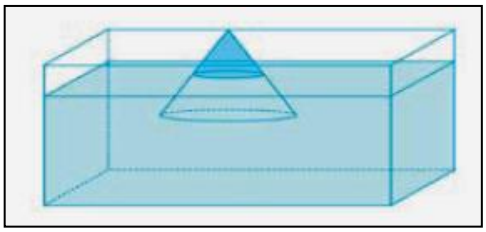
a) $V_1 = V_2$
b) $V_1 = 2V_2$
c) $V_1 = 3V_2$
d) $2V_1 = 3V_2$
e) $2V_1 = V_2$

9. Um cilindro equilátero está inscrito em um cubo de volume 27 cm^3. Qual o volume do cilindro?

a) $\frac{9p}{4}$
b) $\frac{27p}{4}$
c) $\frac{27p}{8}$
d) $27\ p$
e) $54\ p$

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

10. Um sólido com a forma de um cone circular reto, constituído de material homogêneo, flutua em um líquido, conforme a ilustração. Se todas as geratrizes desse sólido forem divididas ao meio pelo nível do líquido, a razão entre o volume submerso e o volume do sólido será igual a:



a) ½
b) ¾
c) 5/6
d) 7/8

11. Uma empresa precisa comprar uma tampa para o seu reservatório, que tem a forma de um tronco de cone circular reto, conforme mostrado na figura.

Considere que a base do reservatório tenha raio r = 2√3 m e que sua lateral faça um ângulo de 60° com o solo.Se a altura do reservatório é 12 m, a tampa a ser comprada deverá cobrir uma área de

a) 12 p
b) 108 p
c) $(12+2\sqrt{3})2$ p
d) 300 p
e) $(24+2\sqrt{3})2$ p

12. É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

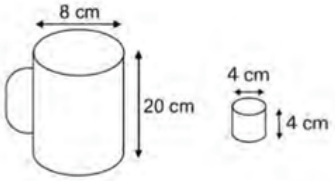
hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, ano 19, n. 166, mar. 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$):

a) 20 mL.
b) 24 mL.
c) 100 mL.
d) 120 mL.
e) 600 mL.

13. Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos. Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá:



a) Encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
b) Encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
c) Encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
d) Encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
e) Encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Gabarito

1. D
2. D
3. B
4. B
5. B
6. B
7. B
8. D
9. B
10. D
11. B
12. C
13. A

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Leo Gomes

10.11.2015

Prova Específica 3

1. Uma mola de constante elástica k e comprimento natural L está presa, por uma de suas extremidades, ao teto de um elevador e, pela outra extremidade, a um balde vazio de massa M que pende na vertical. Suponha que a mola seja ideal, isto é, que tenha massa desprezível e satisfaça à lei de Hooke.

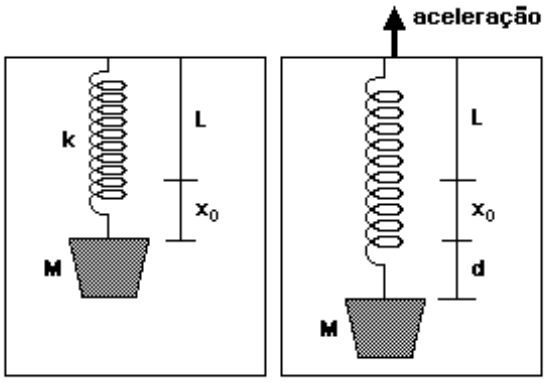
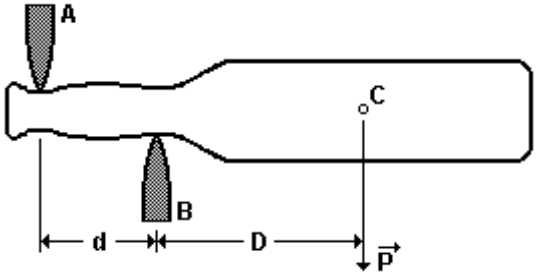


figura 1 figura 2

a) Calcule a elongação x0 da mola supondo que tanto o elevador quanto o balde estejam em repouso, situação ilustrada na figura 1, em função de M, k e do módulo g da aceleração da gravidade.
b) Considere, agora, uma situação na qual o elevador se mova com aceleração constante para cima e o balde esteja em repouso relativamente ao elevador. Verifica-se que a elongação da mola é maior do que a anterior por um valor d, como ilustra a figura 2. Calcule o módulo da aceleração do balde em termos de k, M e d.

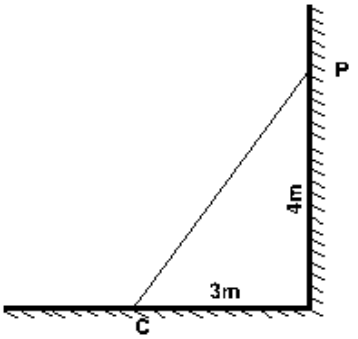
2. A figura mostra uma garrafa mantida em repouso por dois suportes A e B. Na situação considerada a garrafa está na horizontal e os suportes exercem sobre ela forças verticais. O peso da garrafa e seu conteúdo tem um módulo igual a 1,4kgf e seu centro de massa C situa-se a uma distância horizontal D=18cm do suporte B.



Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

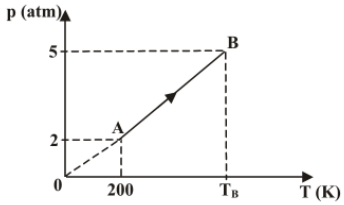
Sabendo que a distância horizontal entre os suportes A e B é d=12cm, determine o sentido da força que o suporte A exerce sobre a garrafa e calcule seu módulo.

3. Uma escada homogênea de 40kg apóia-se sobre uma parede, no ponto P, e sobre o chão no ponto C. Adote $g=10m/s^2$.



a) Desenhe as setas representativas das forças peso, normal e de atrito em seus pontos de aplicação.
b) É possível manter a escada estacionária não havendo atrito em P? Neste caso, quais os valores das forças normal e de atrito em C?

4. Um gás, constituído por 5 mols, sofre uma transformação, de acordo com o gráfico p x T.



Sendo o calor molar a volume constante do gás Cv=5cal/mol K e R=0,082atm.L/mol.K, determine:
a) o tipo de transformação sofrida pelo gás;
b) o calor recebido e a variação de energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação.

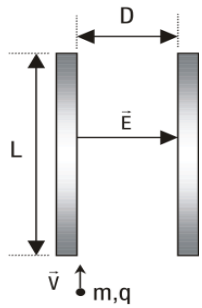
5. Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1m e –2m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

3m das lentes. Qual é a distância entre a imagem e o sistema de lentes (considerado de espessura desprezível)?

6. Um ventilador gira à razão de 900rpm. Ao desligá-lo, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas. Qual é o tempo transcorrido desde o momento de desligá-lo até sua parada completa?

7. A preservação da qualidade do ar requer o controle da emissão de poluentes pelas indústrias. Um mecanismo simples para redução de partículas sólidas lançadas na atmosfera em processos industriais é o filtro eletrostático acoplado aos sistemas de exaustão. O funcionamento desse dispositivo pode ser entendido considerando um par de placas planas e paralelas eletrizadas com cargas opostas, como indicado na figura a seguir. As partículas sólidas, em geral eletrizadas, são defletidas pelo campo eletrostático e se acumulam nas paredes do filtro. Suponha que a velocidade de ascensão da partícula P indicada seja igual a 0,50m/s e que sua carga elétrica seja positiva. Utilizando os dados a seguir, calcule a diferença de potencial elétrico mínima entre as placas, U, para que o filtro retenha essa partícula. Despreze os efeitos da atração gravitacional e considere que o campo elétrico, E, é uniforme na região entre as placas.



Use, se necessário, L=2,0m; D=0,1m; carga da particular = $3{,}2.10^{-18}$C, massa da particula= $3{,}2.10^{-9}$C.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Gabarito

1. a) mg/k
   b) [k(x_o+d)-mg]/m
2. 2,1kgf
3. a) Desenho
   b) Sim, fat= 150N e Nc=400N
4. a) Isovolumétrica
   b) ΔU=Q=7500cal
5. 6m
6. 10s
7. $1{,}25.10^7$V

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

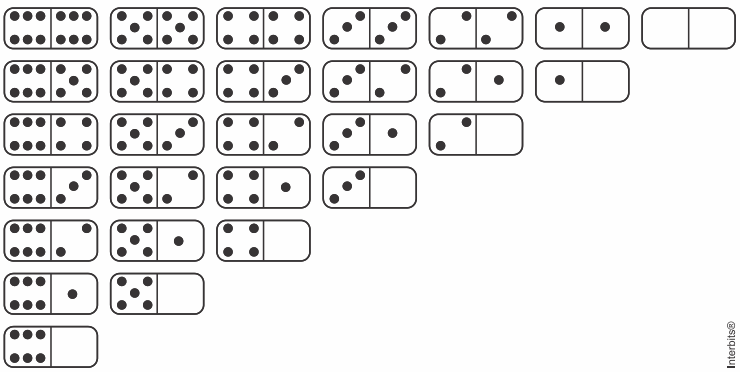
Prova Específica 1

1. (UERJ) Em uma escola circulam dois jornais: *Correio do Grêmio* e *O Estudante*. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que:

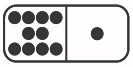
- 10% não leem esses jornais;
- 520 leem o jornal *O Estudante*;
- 440 leem o jornal *Correio do Grêmio*.

Calcule o número total de alunos do colégio que leem os dois jornais.

2. (UERJ) Cada uma das 28 peças do jogo de dominó convencional, ilustradas abaixo, contêm dois números, de zero a seis, indicados por pequenos círculos ou, no caso do zero, por sua ausência.



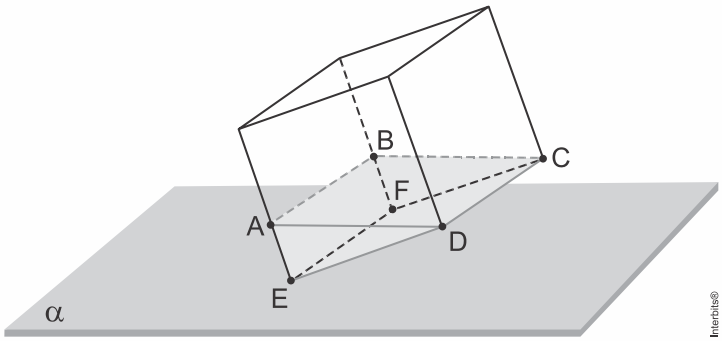
Admita um novo tipo de dominó, semelhante ao convencional, no qual os dois números de cada peça variem de zero a dez. Observe o desenho de uma dessas peças:



Considere que uma peça seja retirada ao acaso do novo dominó. Calcule a probabilidade de essa peça apresentar um número seis ou um número nove.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

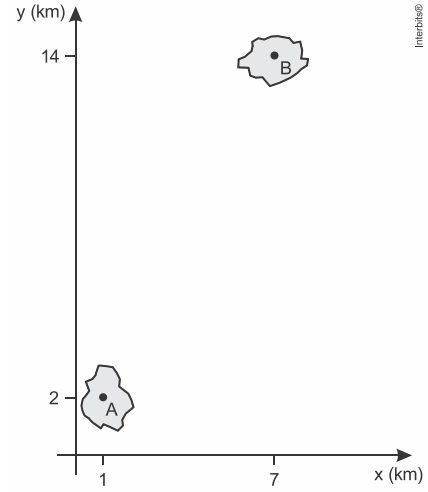
3. (UERJ) Um cubo de aresta EF medindo $8\,dm$ contém água e está apoiado sobre um plano α de modo que apenas a aresta EF esteja contida nesse plano. A figura abaixo representa o cubo com a água.



Considere que a superfície livre do líquido no interior do cubo seja um retângulo $ABCD$ com área igual a $32\sqrt{5}\,dm^2$.

Determine o volume total, em dm^3, de água contida nesse cubo.

4. (UERJ) Uma ferrovia foi planejada para conter um trecho retilíneo cujos pontos são equidistantes dos centros A e B de dois municípios. Em seu projeto de construção, utilizou-se o plano cartesiano, com coordenadas em quilômetros, em que $A = (1, 2)$ e $B = (7, 14)$. Observe o gráfico:



Determine, utilizando esse sistema referencial, a equação da reta suporte desse trecho retilíneo da ferrovia.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

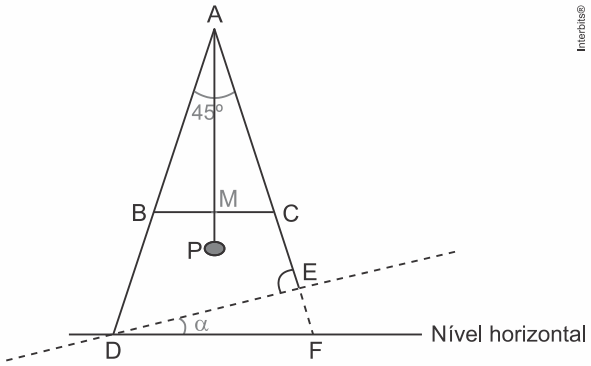
5. (UERJ) Ao digitar corretamente a expressão $\log_{10}(-2)$ em uma calculadora, o retorno obtido no visor corresponde a uma mensagem de erro, uma vez que esse logaritmo não é um número real.

Determine todos os valores reais de x para que o valor da expressão $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$ seja um número real.

6. (UERJ) Uma ferramenta utilizada na construção de uma rampa é composta pela seguinte estrutura:

- duas varas de madeira, correspondentes aos segmentos AE e AD, que possuem comprimentos diferentes e formam o ângulo $D\hat{A}E$ igual a $45°$;
- uma travessa, correspondente ao segmento BC, que une as duas varas e possui uma marca em seu ponto médio M;
- um fio fixado no vértice A e amarrado a uma pedra P na outra extremidade;
- nesse conjunto, os segmentos AB e AC são congruentes.

Observe o esquema que representa essa estrutura:



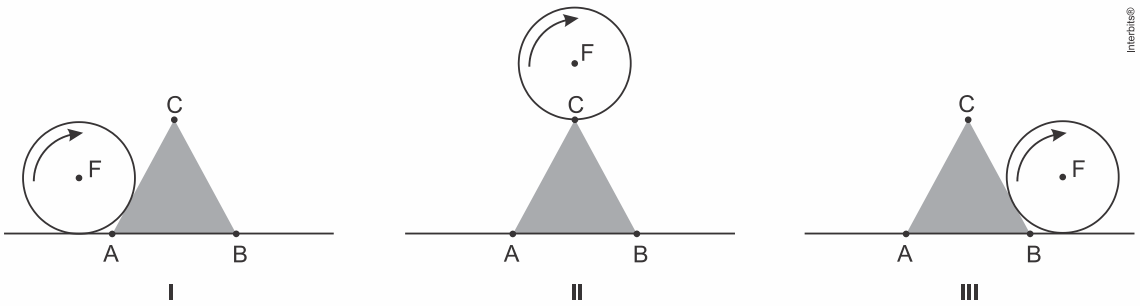
Quando o fio passa pelo ponto M, a travessa BC fica na posição horizontal. Com isso, obtém-se, na reta que liga os pontos D e E, a inclinação α desejada.

Calcule α, supondo que o ângulo $A\hat{E}D$ mede $85°$.

7. (UERJ) Um tubo cilíndrico cuja base tem centro F e raio r rola sem deslizar sobre um obstáculo com a forma de um prisma triangular regular. As vistas das bases do cilindro

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

e do prisma são mostradas em três etapas desse movimento, I,II e III, nas figuras a seguir.



Admita que:
- as medidas do diâmetro do círculo de centro F e da altura do triângulo ABC são respectivamente iguais a $2\sqrt{3}$ decímetros;
- durante todo o percurso, o círculo e o triângulo sempre se tangenciam.

Determine o comprimento total, em decímetros, do caminho descrito pelo centro F do círculo que representa a base do cilindro.

8. (UERJ) Leia a tirinha:

en-fil.net

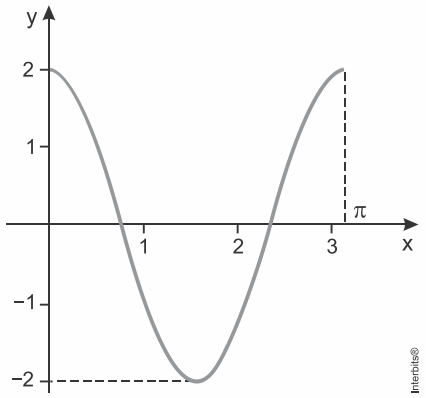
Suponha que existam exatamente 700 milhões de analfabetos no mundo e que esse número seja reduzido, a uma taxa constante, em 10% ao ano, totalizando n milhões daqui a três anos.
Calcule o valor de n.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

9. (UERJ) Considere a função real f, de variável real x, definida pelo seguinte determinante:

$$f(x) = \begin{vmatrix} 2\cos(x) & 2 \\ 1 & 2\cos(x) \end{vmatrix} \text{ para } 0 \leq x \leq \pi$$

Observe o gráfico da função f.

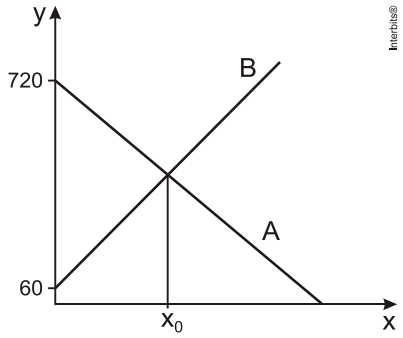


Determine os valores de x para os quais $f(x) = 1$.

10. (UERJ) O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem $R\$\,8{,}90$ de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de $R\$\,3{,}25$, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais $R\$\,20{,}00$ nesse mesmo cartão.
Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

11. (UERJ) O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y, os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Determine o tempo x_0, em horas, indicado no gráfico.

12. (UERJ) Considere a sequência de matrizes $(A_1, A_2, A_3, \ldots)$, todas quadradas de ordem 4, respectivamente iguais a:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 23 \\ 24 & 25 & 26 & 27 \\ 28 & 29 & 30 & 31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 32 & 33 & 34 & 35 \\ 36 & 37 & 38 & 39 \\ 40 & 41 & 42 & 43 \\ 44 & 45 & 46 & 47 \end{pmatrix}, \ldots$$

Sabendo que o elemento $a_{ij} = 75432$ é da matriz A_n, determine os valores de n, i e j.

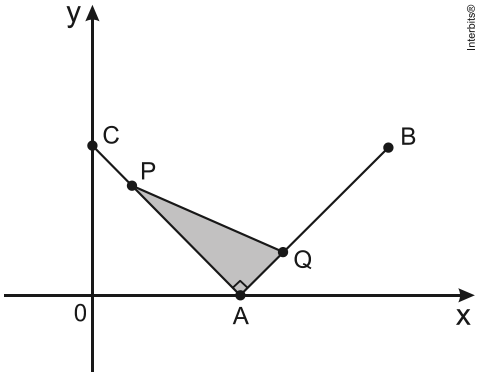
13. (UERJ) Um alvo de dardos é formado por três círculos concêntricos que definem as regiões I, II e III, conforme mostra a ilustração.

Um atirador de dardos sempre acerta alguma região do alvo, sendo suas probabilidades de acertar as regiões I, II e III denominadas, respectivamente, P_I, P_{II} e P_{III}.
Para esse atirador, valem as seguintes relações:
- $P_{II} = 3P_I$
- $P_{III} = 2P_{II}$

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

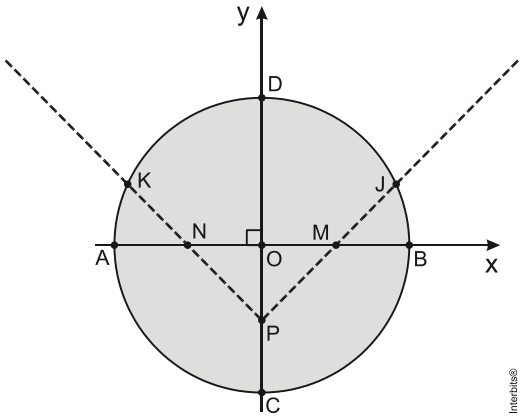
Calcule a probabilidade de que esse atirador acerte a região I exatamente duas vezes ao fazer dois lançamentos.

14. (UERJ)



No gráfico acima, estão indicados os pontos A(1,0), B(2,1) e C(0,1), que são fixos, e os pontos P e Q, que se movem simultaneamente. O ponto P se desloca no segmento de reta de C até A, enquanto o ponto Q se desloca no segmento de A até B. Nesses deslocamentos, a cada instante, a abscissa de P é igual à ordenada de Q.
Determine a medida da maior área que o triângulo PAQ pode assumir.

15. (UERJ) Um disco metálico de centro O e diâmetro AB = 4 dm, utilizado na fabricação de determinada peça, é representado pelo seguinte esquema:



PJ
PK } cortes retilíneos

M – ponto médio do raio OB
N – ponto médio do raio AO

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

P – ponto médio do raio OC
J – intersecção da semirreta PM com a circunferência
K – intersecção da semirreta PN com a circunferência

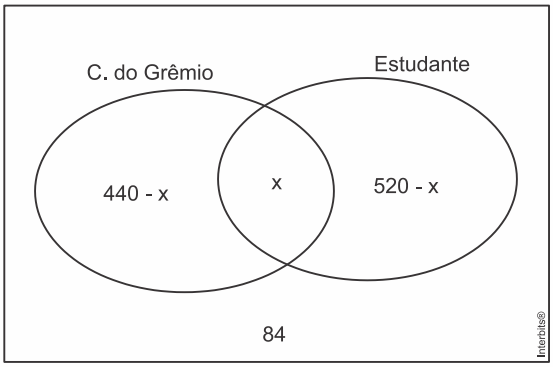
Calcule a distância entre os pontos J e K.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Gabarito

1. 10% de $840 = 84$ (nenhum dos jornais)

De acordo com as informações da questão, temos o seguintes diagramas:



$440 - x + x + 520 - x = 840 - 84 \Rightarrow -x = -204 \Rightarrow x = 204$

O número total de alunos do colégio que leem os dois jornais é 204.

2. Dominós que possuem o 10: 11 dominós

Dominós que possuem o 9: 10 dominós (pois o dominó (9, 10) já foi contado acima)

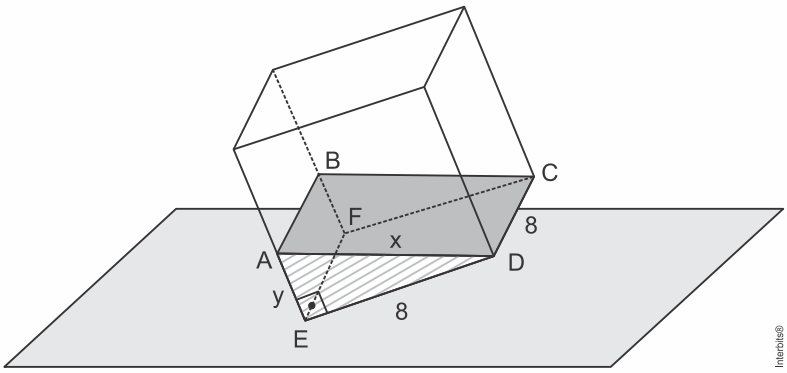
Dominós que possuem o 8: 9 dominós (pois os dominós (9, 8) e (9, 10) já foram contados acima) e assim por diante...

Portanto, o total de peças será $11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=\frac{(1+11)\cdot 11}{2}=66$

Temos 12 dominós que possuem o 6 ou o 9: $11+11-1$ (dominó que possuem o 6 e o $9)=21$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por $\frac{21}{66}=\frac{7}{22}$.

3.



No retângulo ABCD: : $8x = 32\sqrt{5} \Rightarrow x = 4\sqrt{5}\text{dm}$

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

No triângulo AED: $(4\sqrt{5})^2 = 8^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = 4$

Portanto, o volume do prisma (líquido) será dado por: $V = \frac{4 \cdot 8 \cdot 8}{2} = 128\ dm^3$

4. A reta cujos pontos são equidistantes de A e B é exatamente a mediatriz do segmento de extremos A e B. Portanto, devemos encontrar a equação da reta que passa pelo ponto médio de AB e é perpendicular a ele.

Cálculo do ponto médio de AB: $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+14}{2}\right) = (4,8) \Leftrightarrow (x_0, y_0)$

Coeficiente angular da reta que passa por A e B: $\frac{14-2}{7-1} = 2$

Portanto, o coeficiente angular da mediatriz r é $m_r = -\frac{1}{2}$

Encontrando, agora, a equação da mediatriz

r. $y - 8 = -\frac{1}{2}(x-4) \Rightarrow 2y - 16 = -x + 4 \Rightarrow x + 2y - 20 = 0$

5. I) $x > 0$

II) $\log_{0,1} x > 0 \Rightarrow \log_{0,1} x > \log_{0,1} 1 \Rightarrow x < 1$

III) $\log_{10}(\log_{0,1} x) > 0 \Rightarrow \log_{10}(\log_{0,1} x) > \log_{10} 1 \Rightarrow \log_{0,1} x > 1 \Rightarrow \log_{0,1} x > \log_{0,1} 0,1 \Rightarrow x < 0,1$

Portanto, $x \in \mathbb{R} / 0 < x < 0,1$ é a condição para que $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$ seja real.

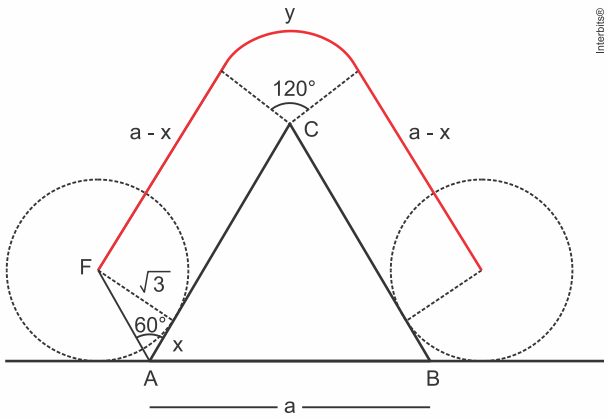
6. Considerando $\overline{BC} // \overline{DF}$, temos:

$A\hat{D}E + 45° + 85° = 180° \Rightarrow A\hat{D}E = 50°$

$A\hat{D}F = \frac{180° - 45°}{2} = 67,5°$

Portanto, $\alpha = 67,5° - 50° = 17,5° = 17°30'$

7.



Na figura, temos:

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

$$\text{tg}60° = \frac{\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

$$y = \frac{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 120°}{360°} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$$

Portanto, a distância d percorrida pelo centro F é dada por:

$$d = a - x + a - x + y = \left(6 + \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}\right)\text{dm}$$

8. $n = 700000000 \cdot (0,9)^3 = 510300000$

9. Desenvolvendo o determinante, temos:

$$f(x) = 4\cos^2 x - 2$$

fazendo $f(x) = 1$

$$1 = 4\cos^2 x - 2$$

$$4\cos^2 x = 3$$

$$\cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6}$$

10.

$$8,90 - 3,25 = 20,00 = \text{R\$}25,65$$

$$25,65 = 7 \cdot 3,25 + 2,9$$

Portanto, o número máximo de passagens é 7.

11. De acordo com as informações do problema, temos:

$$y_A = 720 - 10x$$

$$y_B = 60 + 12x$$

O valor x_0 indicado no gráfico é o valor de x quando $y_A = y_B$, ou seja:

$$720 - 10x = 60 + 12x$$

$$-22x = -660$$

$$x = 30$$

Logo, $x_0 = 30$ horas.

12. $75432 = 4714 \cdot 16 + 8$

Logo, $n = 4714 + 1 = 4715$ e $i = 3$ e $j = 1$.

13. $P_I + P_{II} + P_{III} = 1$

$P_{II} = 3P_I$

$P_{III} = 2P_I = 6P_I$

Logo:

$P_I + 3P_I + 6P_I = 1$

$P_I = 1/10$

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Portanto, a probabilidade pedida será $P = (1/10)\cdot(1/10) = 1/100 = 1\%$.

14. Equação da reta AC: y = -x + 1
Equação da reta AQ: y = x – 1
P(a, a-1) e Q(a+1, a)
Cálculo da área do triângulo APQ:

$$A = \frac{1}{2}\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 1-a & 1 \\ a+1 & a & 1 \end{Vmatrix} = \left|a^2 - a\right|$$

Como 0 < a < 1, temos:

$A = -a^2 + a$

Valor da Área máxima: $A_{máx} = -\frac{\Delta}{4\cdot a} = -\frac{1}{4\cdot(-1)} = \frac{1}{4}$.

15. Equação da reta PJ: $y = x - 1$

Determinando a abscissa do ponto J: $\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

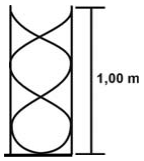
Logo, $x^2 + (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x_J = \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

Portanto, $KJ = 2\cdot\frac{1+\sqrt{7}}{2} = \left(1+\sqrt{7}\right)$dm.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Prova Específica 4

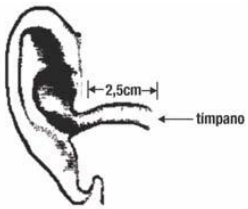
1. (UNIRIO)



Um tubo sonoro, como o da figura acima, emite um som com velocidade de 340m/s. Pode-se afirmar que o comprimento de onda e a frequência da onda sonora emitida são, respectivamente:

a) 0,75m e 340Hz
b) 0,80m e 425Hz.
c) 1,00m e 230Hz.
d) 1,50m e 455Hz.
e) 2,02m e 230Hz.

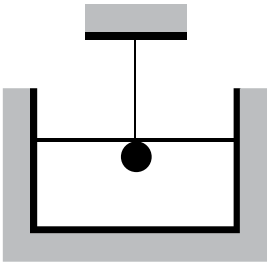
2. (UFRJ) O canal que vai do tímpano à entrada do ouvido pode ser considerado como um tubo cilíndrico de 2,5cm de comprimento, fechado numa extremidade e aberto na outra.



Considere a velocidade do som no ar igual a 340m/s. Calcule a frequência fundamental de vibração da coluna de ar contida nesse canal.

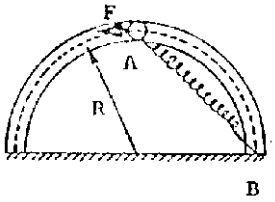
3. (IME) Uma corda é fixada a um suporte e tensionada por uma esfera totalmente imersa em um 1ecipient com água, como mostra a figura. Desprezando o volume e a massa da corda em comparação com o volume e a massa da esfera, **Determine** a velocidade com que se propaga uma onda na corda.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s2;
densidade linear da corda (μ) = 1,6 g/m;
massa da esfera (m) = 500 g;
volume da esfera (V) = 0,1 dm3;
massa específica da água (d) = 1 000 kg/m3.

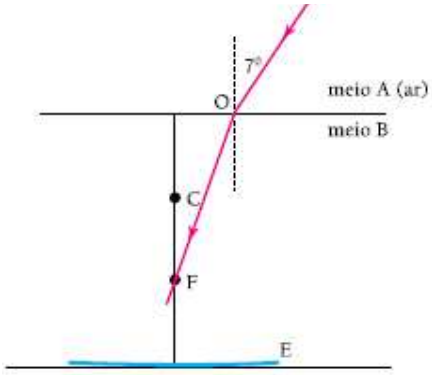
4. (ITA) Um bloco de massa m encontra-se em repouso no ponto A situado sobre a canaleta lisa, de raio R. Embora o bloco esteja ligado a uma mola de rigidez K, massa desprezível e comprimento livre $R/\sqrt{2}$, fixada ao ponto B, ele permanece em equilíbrio devido à ação de uma força F. Entretanto, num dado instante, a força F é retirada.



Admitindo-se que as espiras da mola sejam infinitamente finas, de modo que o bloco alcance o ponto B, determine a sua velocidade neste ponto.

5. (UERJ) Um raio de luz vindo do ar, denominado meio A, incide no ponto O da superfície de separação entre esse meio e o meio B, com um ângulo de incidência igual a 7°. No interior do meio B, o raio incide em um espelho côncavo E, passando pelo foco principal F.
O centro de curvatura C do espelho, cuja distância focal é igual a 1,0m, encontra-se a 1,0m da superfície de separação dos meios A e B.
Observe o esquema:

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

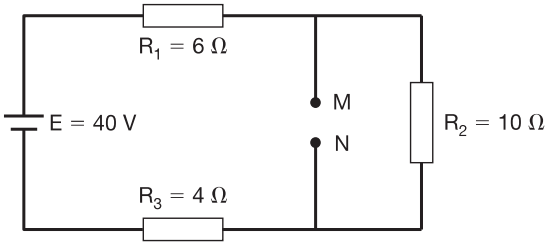


Considere os seguintes índices de refração:
- n_A=1,0 (meio A)
- n_B=1,2 (meio B)

Determine a que distância do ponto O o raio emerge, após a reflexão no espelho.

6. (UFRJ) Considere um avião comercial em voo de cruzeiro. Sabendo que a pressão externa a uma janela de dimensões 0,30m x 0,20m é um quarto da pressão interna, que por sua vez é igual a 1atm ($10^5 N/m^2$):
a) indique a direção e o sentido da força sobre a janela em razão da diferença de pressão.
b) calcule o seu módulo.

7. (PUCC-SP) Considere o circuito simples abaixo representado com os valores indicados.



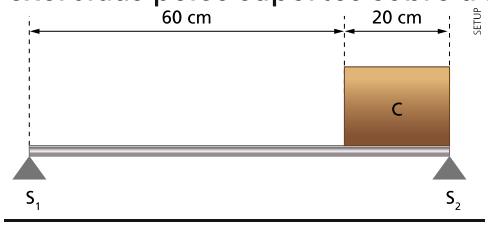
Ligando entre os pontos M e N um amperímetro ideal e, a seguir, substituindo-o por um voltímetro ideal, suas indicações serão, respectivamente:

a) 8A e 80V
b) 4A e 40V
c) 4A e 20V
d) 2A e 40V

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

e) 2A e 20V

8. Um bloco C homogêneo e de massa 16kg está apoiado em uma barra homogênea de massa 8kg, a qual, por sua vez, está apoiada em dois suportes S_1 e S_2. Calcule a intensidade das forças exercidas pelos suportes sobre a barra.



Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

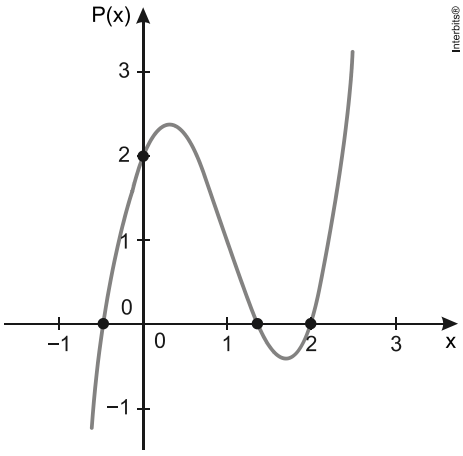
Gabarito

1. B
2. $3{,}4.10^3$Hz
3. 50m/s
4. $\sqrt{2Rg}$
5. 0,3cm
6. a) De dentro para fora
b) $4{,}5.10^3$N
7. C
8. F_1=60 N F_2=180 N

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Prova Específica 2

1. (UERJ) Observe o gráfico da função polinomial de em definida por $P(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 2$.



Determine o conjunto solução da inequação $P(x) > 0$.

2. (UERJ) Observe o anúncio abaixo, que apresenta descontos promocionais de uma loja.

Adaptado de boaspromoções.com.br.

Admita que essa promoção obedeça à seguinte sequência:
- primeiro desconto de 10% sobre o preço da mercadoria;
- segundo desconto de 10% sobre o valor após o primeiro desconto;
- desconto de R$100,00 sobre o valor após o segundo desconto.

Determine o preço inicial de uma mercadoria cujo valor, após os três descontos, é igual a R$710,00.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

3. (UERJ) **Campanha do governo de Dubai contra a obesidade oferece prêmio em ouro por quilogramas perdidos**

A campanha funciona premiando os participantes de acordo com a seguinte tabela:

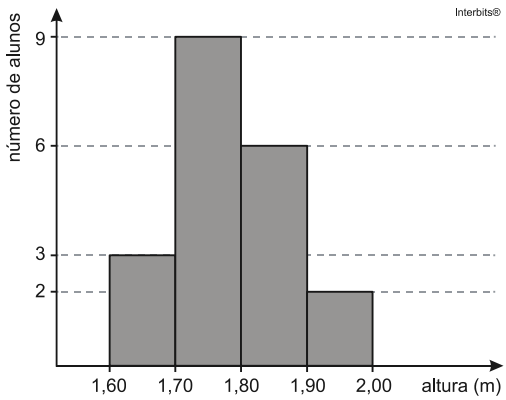
Massa perdida (kg)	Ouro recebido (g/kg perdido)
até 5	1
6 a 10	2
mais de 10	3

Assim, se uma pessoa perder 4 kg, receberá 4 g de ouro; se perder 7 kg, receberá 14 g; se perder 15 kg, receberá 45 g.

Adaptado de g1.globo.com, 18/08/2013.

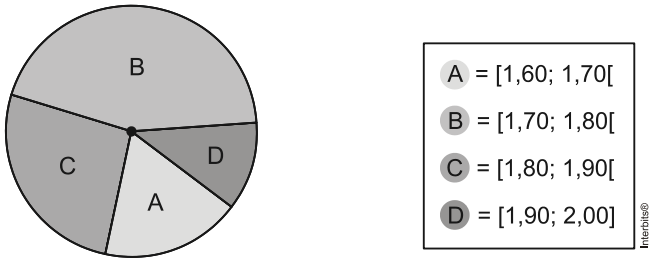
Considere um participante da campanha que receba 16 g de ouro pelo número inteiro de quilogramas perdidos.
Sabendo que a massa dessa pessoa, ao receber o prêmio, é de 93,0 kg, determine o valor inteiro de sua massa, em quilogramas, no início da campanha.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:
Após serem medidas as alturas dos alunos de uma turma, elaborou-se o seguinte histograma:



Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

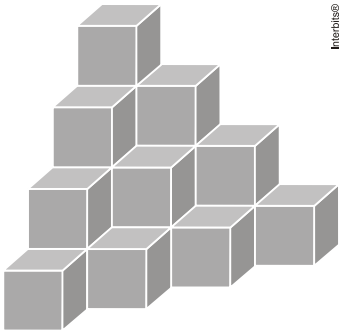
4. (UERJ) Os dados do histograma também podem ser representados em um gráfico de setores. Observe:



Calcule o maior ângulo central, em graus, desse gráfico de setores.

5. (UERJ) Sabe-se que, em um histograma, se uma reta vertical de equação $x = x_0$ divide ao meio a área do polígono formado pelas barras retangulares, o valor de x_0 corresponde à mediana da distribuição dos dados representados.
Calcule a mediana das alturas dos alunos representadas no histograma.

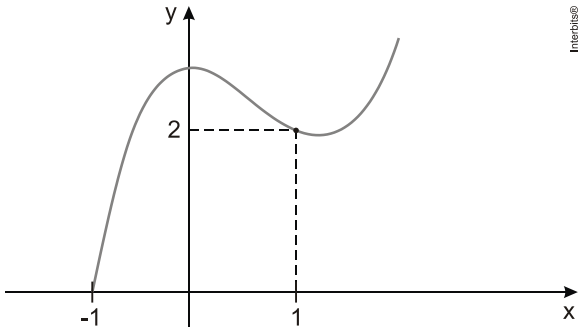
6. (UERJ) Na figura, está representada uma torre de quatro andares construída com cubos congruentes empilhados, sendo sua base formada por dez cubos.



Calcule o número de cubos que formam a base de outra torre, com 100 andares, construída com cubos iguais e procedimento idêntico.

7. (UERJ) O gráfico abaixo representa a função polinomial P do 3º grau que intersecta o eixo das abscissas no ponto (–1,0).

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



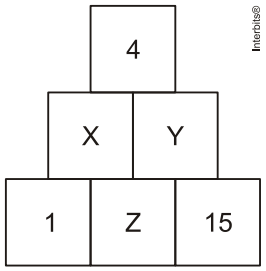
Determine o resto da divisão de P(x) por $x^2 - 1$.

8. (UERJ) Um imóvel perde 36% do valor de venda a cada dois anos. O valor V(*t*) desse imóvel em *t* anos pode ser obtido por meio da fórmula a seguir, na qual V_0 corresponde ao seu valor atual.

$$V_{(t)} = V_0 \times (0{,}64)^{\frac{t}{2}}$$

Admitindo que o valor de venda atual do imóvel seja igual a 50 mil reais, calcule seu valor de venda daqui a três anos.

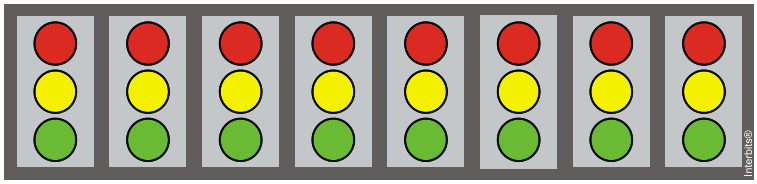
9. (UERJ) A ilustração abaixo mostra seis cartões numerados organizados em três linhas. Em cada linha, os números estão dispostos em ordem crescente, da esquerda para a direita. Em cada cartão, está registrado um número exatamente igual à diferença positiva dos números registrados nos dois cartões que estão imediatamente abaixo dele. Por exemplo, os cartões 1 e Z estão imediatamente abaixo do cartão X.



Determine os valores de X, Y e Z.

10. (UERJ) Um sistema luminoso, constituído de oito módulos idênticos, foi montado para emitir mensagens em código. Cada módulo possui três lâmpadas de cores diferentes – vermelha, amarela e verde. Observe a figura:

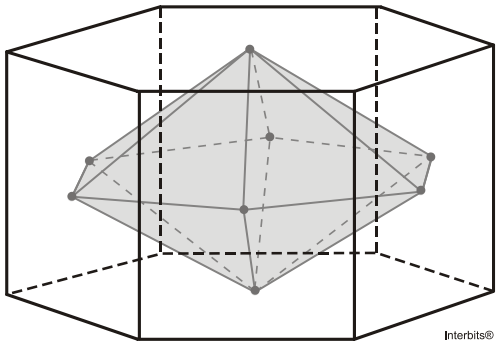
Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Considere as seguintes informações:
— cada módulo pode acender apenas uma lâmpada por vez;
— qualquer mensagem é configurada pelo acendimento simultâneo de três lâmpadas vermelhas, duas verdes e uma amarela, permanecendo dois módulos com as três lâmpadas apagadas;
— duas mensagens são diferentes quando pelo menos uma das posições dessas cores acesas é diferente.

Calcule o número de mensagens distintas que esse sistema pode emitir.

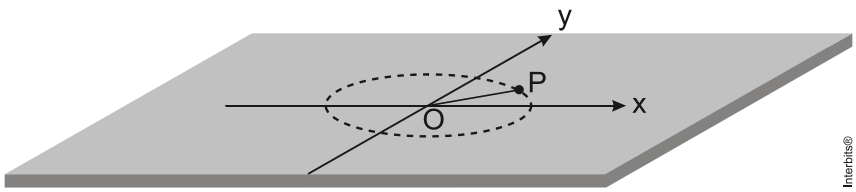
11. (UERJ) Um cristal com a forma de um prisma hexagonal regular, após ser cortado e polido, deu origem a um sólido de 12 faces triangulares congruentes. Os vértices desse poliedro são os centros das faces do prisma, conforme representado na figura.



Calcule a razão entre os volumes do sólido e do prisma.

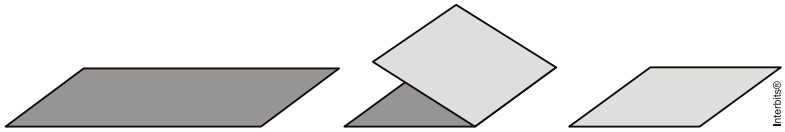
12. (UERJ) Um objeto de dimensões desprezíveis, preso por um fio inextensível, gira no sentido anti-horário em torno de um ponto O. Esse objeto percorre a trajetória T, cuja equação é $x^2 + y^2 = 25$. Observe a figura:

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Admita que o fio arrebente no instante em que o objeto se encontra no ponto P(4,3). A partir desse instante, o objeto segue na direção da reta tangente a T no ponto P.
Determine a equação dessa reta.

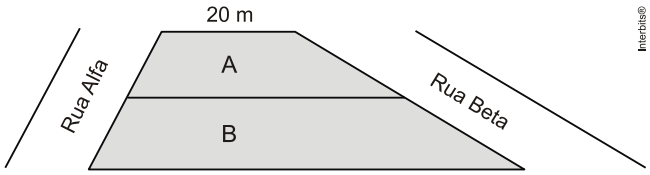
13. (UERJ) Considere uma folha de papel retangular que foi dobrada ao meio, resultando em duas partes, cada uma com metade da área inicial da folha, conforme as ilustrações.



Esse procedimento de dobradura pode ser repetido *n* vezes, até resultar em partes com áreas inferiores a 0,0001% da área inicial da folha.
Calcule o menor valor de *n*. Se necessário, utilize em seus cálculos os dados da tabela.

x	2^x
9	$10^{2,70}$
10	$10^{3,01}$
11	$10^{3,32}$
12	$10^{3,63}$

14. (UERJ) Dois terrenos, A e B, ambos com a forma de trapézio, têm as frentes de mesmo comprimento voltadas para a Rua Alfa. Os fundos dos dois terrenos estão voltados para a Rua Beta. Observe o esquema:



Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

As áreas de A e B são, respectivamente, proporcionais a 1 e 2, e a lateral menor do terreno A mede 20 m. Calcule o comprimento x, em metros, da lateral maior do terreno B.

15. (UERJ) Um professor propõe a um aluno uma tarefa de matemática composta das etapas descritas a seguir.

1ª) Escrever o número de quatro algarismos da data de seu aniversário, dois referentes ao dia e dois referentes ao mês.

2ª) Misturar os quatro algarismos desse número formando um número N, de modo que a ordem das unidades de milhar não seja ocupada por zero.

3ª) Subtrair 1001 do número N, tantas vezes quantas forem necessárias, até obter o primeiro valor menor do que 1001.

4ª) Informar ao professor o valor obtido na 3ª etapa.

5ª) Calcular o resto R da divisão do número N, obtido na 2ª etapa, por 11.

O professor consegue determinar o valor de R sem conhecer o valor de N.

Sabendo que o valor obtido na 3ª etapa foi 204, determine R.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Gabarito

1. O número 2 é raiz, pois p(2) = 0.
Dividindo p(x) por (x – 2), temos:

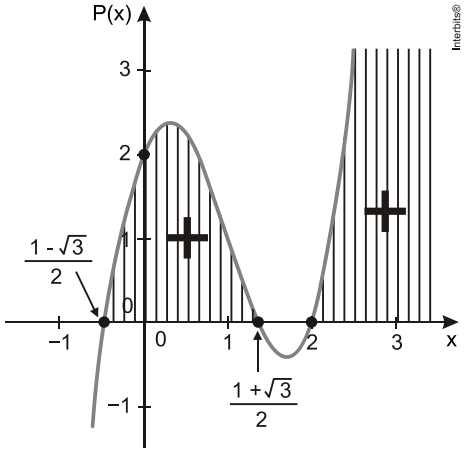
2	2	-6	+3	+2
	2	-2	-1	0

Interbits®

Logo, $P(x) = (x-2)\cdot\left(2x^2+2x+1\right)$

Onde suas raízes são $x = 2,\ x = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$.

Resolvendo, agora a inequação $P(x) > 0$ através do gráfico do polinômio $P(x)$.



Portanto, a solução da inequação será dada por $S = \left\{x \in \mathbb{R} \ / \ \frac{1-\sqrt{3}}{2} \le x \le \frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{ ou } x \ge 2\right\}$.

2. Considere x o preço inicial da mercadoria, portanto:
$x\cdot(0{,}9)^2 - 100 = 710 \Rightarrow x = \text{R\$ } 1.000{,}00$

3. O número 16 é múltiplo de 2. Logo, a pessoa em questão perdeu 8 kg. Concluindo então que sua massa no início da campanha era 93 + 8 = 101 kg.

4. 20 alunos correspondem a 360°
3 alunos correspondem a 54°
9 alunos correspondem a 162°
6 alunos correspondem a 108°
2 alunos correspondem a 36°
O maior ângulo apresentado é o de 162°, correspondente ao setor B.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

5. Área total da figura: $0{,}1\cdot(3+9+6+2)=2$

Metade da área 1, logo $1{,}7 < x_0 < 1{,}8$

Tem-se então a equação $0{,}1\cdot 3+(x_0-1{,}7)\cdot 9=1\Rightarrow x_0=1{,}7777\ldots$

6. O número de cubos que formam a base de uma torre de 100 andares é dado por

$$\begin{aligned}1+2+3+\ldots+100 &= \frac{1+100}{2}\cdot 100\\ &= 101\cdot 50\\ &= 5050.\end{aligned}$$

7. Podemos escrever

$$P(x)=(x+1)\cdot(x-1)\cdot q(x)+ax+b,$$

com q(x) sendo o quociente da divisão de P por x^2-1, e $r(x)=ax+b$ o resto da divisão.

Como o gráfico passa pelos pontos $(-1,0)$ e $(1,2)$, vem $P(-1)=0\Leftrightarrow -a+b=0\Leftrightarrow a=b$ e $P(1)=2\Leftrightarrow a+b=2$. Desse modo, $a=b=1$ e, portanto, $r(x)=x+1$.

8. Sabendo que $V_0=50000$, temos que o valor de venda daqui a três anos é igual a

$$V(3)=50000\times[(0{,}8)^2]^{\frac{3}{2}}=50000\times\frac{512}{1000}=\text{R\$ }25.600{,}00.$$

9. De acordo com as informações, obtemos

$$\begin{cases}Y-X=4\\ Z-1=X\\ 15-Z=Y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}X=Z-1\\ Y=Z+3\\ Y=15-Z\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}X=5\\ Y=9.\\ Z=6\end{cases}$$

10. **1ª Solução:**

O número de mensagens distintas que o sistema pode emitir é dado por

$$\begin{aligned}\binom{8}{3}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1} &= \frac{8!}{3!\cdot 5!}\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot\frac{3!}{1!\cdot 2!}\\ &= \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}\cdot\frac{5\cdot 4}{2}\cdot 3\\ &= 1680.\end{aligned}$$

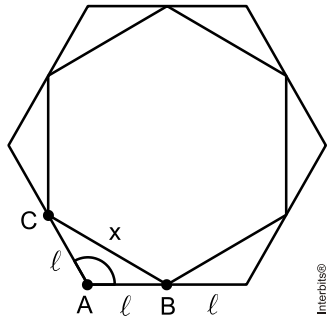
2ª Solução:

O número de mensagens distintas que o sistema pode emitir corresponde ao número de permutações de 8 lâmpadas, sendo 3 vermelhas, 2 verdes, 1 amarela e 2 apagadas, ou seja,

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

$$P_8^{(3,2,2)} = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$$
$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2}$$
$$= 1680.$$

11. Sendo 2ℓ a medida da aresta da base do prisma, considere a seguinte vista superior.



Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo ABC, obtemos

$$x^2 = \ell^2 + \ell^2 - 2 \cdot \ell \cdot \ell \cdot \cos 120° \Leftrightarrow x^2 = 2\ell^2 - 2\ell^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$\Rightarrow x = \ell\sqrt{3},$$

em que x é a medida da aresta da base das pirâmides hexagonais regulares obtidas pelo corte.

Portanto, se h é a altura do prisma, segue que a razão pedida é dada por

$$\frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot (\ell\sqrt{3})^2}{2} \cdot \frac{h}{2}}{\frac{3 \cdot (2\ell)^2}{2} \cdot h} = \frac{1}{4}.$$

12. A equação da reta pedida é dada por

$$y - y_P = -\frac{x_P}{y_P} \cdot (x - x_P) \Leftrightarrow y - 3 = -\frac{4}{3} \cdot (x - 4)$$
$$\Leftrightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3}.$$

13. A área A(n) de cada parte, após n dobraduras, é dada por

$$A(n) = A_0 \cdot 2^{-n},$$

com A_0 sendo a área inicial da folha.

O menor valor de n para o qual $A(n) < 0{,}0001\% \cdot A_0$ é tal que

$$A_0 \cdot 2^{-n} < 0{,}0001\% \cdot A_0 \Leftrightarrow 2^{-n} < 10^{-6}$$
$$\Leftrightarrow 2^n > 10^6.$$

Considerando as aproximações fornecidas na tabela, obtemos

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

$2^{19} = 2^{10} \cdot 2^9 \cong 10^{3,01} \cdot 10^{2,70} = 10^{5,71} < 10^6$ e $2^{20} = (2^{10})^2 \cong (10^{3,01})^2 = 10^{6,02} > 10^6$.

Portanto, o menor valor de n que satisfaz a condição do enunciado é 20.

14. Sejam h_A e h_B, respectivamente, as alturas dos trapézios A e B.

Como A e B são trapézios, e as frentes dos terrenos têm o mesmo comprimento, segue que a lateral maior do terreno A (ou lateral menor do terreno B) é a base média do trapézio maior formado por A e B. Daí, $h_A = h_B = h$ e, portanto,

$$\frac{20 + \frac{x+20}{2}}{\frac{\frac{x+20}{2} + x}{2}} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot h \Leftrightarrow \frac{x+60}{3x+20} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 100 \text{ m}.$$

15. De acordo com as informações, temos que

$$\begin{aligned} N &= 1001 \cdot k + 204 \\ &= 91 \cdot 11 \cdot k + 18 \cdot 11 + 6 \\ &= 11 \cdot (91 \cdot k + 18) + 6, \end{aligned}$$

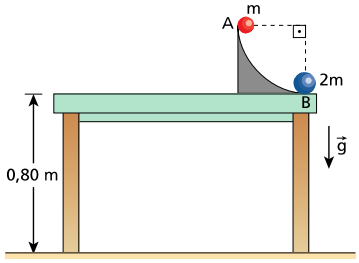
com $k \in \mathbb{Z}$.

Portanto, $R = 6$.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Prova Específica 5

1. (UFU-MG) Sobre uma mesa fixa, de altura 0,80m, está conectada uma rampa perfeitamente polida em forma de quadrante de circunferência de raio 45cm, conforme representa a figura. Do ponto A da rampa, abandona-se uma partícula de massa m, que vai chocar-se de modo perfeitamente elástico com outra partícula de massa 2m, em repouso no ponto B, o mais baixo da rampa.



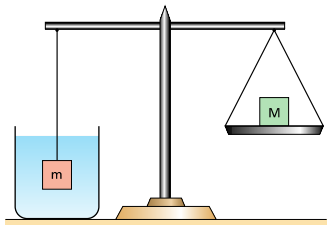
Sabendo que no local a influência do ar é desprezível e que g = 10 m/s², determine:

a) a intensidade da velocidade da particular de massa 2m ao atingir o solo;

b) a altura, acima do tampo da mesa, atingida pela particular de massa m após a colisão com a partícula de massa 2m;

c) a distância entre os pontos de impacto das partículas com o solo.

2. (UFPE) Um bloco de massa $m=5{,}0\cdot10^2$g e volume igual a 30cm³ é suspenso por uma balança de braços iguais, apoiada em seu centro de gravidade, sendo completamente imerso em um líquido. Sabendo que para equilibrar a balança é necessário colocar uma massa $M=2{,}0\cdot10^2$g sobre o prato suspenso pelo outro braço, determine:



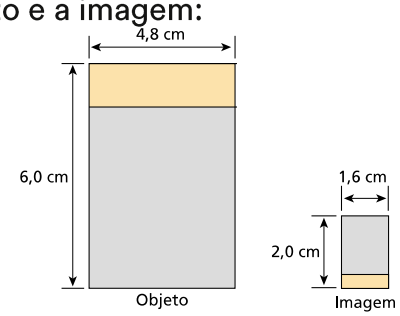
a) a intensidade do empuxo que o líquido exerce no bloco;

b) a densidade do líquido.

Adote g = 10 m/s² e despreze o efeito do ar, bem como o peso do prato da balança.

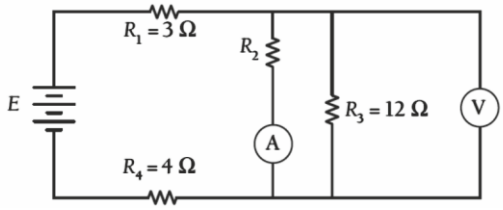
Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

3. (Fuvest-SP) A figura abaixo mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50cm de uma lente convergente de distância focal f. O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente. Podemos afirmar que o objeto e a imagem:



a) estão do mesmo lado da lente e que f=150cm.
b) estão em lados opostos da lente e que f=150cm.
c) estão do mesmo lado da lente e que f = 37,5 cm.
d) estão em lados opostos da lente e que f=37,5cm.
e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que f=37,5cm.

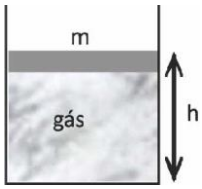
4. No circuito abaixo, o voltímetro V e o amperímetro A indicam, respectivamente, 18V e 4,5A.



Considerando como ideais os elementos do circuito, determine a força eletromotriz E da bateria.

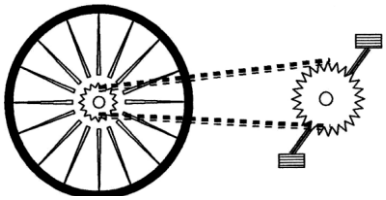
5. A figura mostra o corte transversal de um cilindro de eixo vertical com base de área igual a 500cm², vedado em sua parte superior por um êmbolo de massa m que pode deslizar sem atrito. O cilindro contém 0,5 mol de gás, que se comporta como ideal. O sistema está em equilíbrio a uma temperatura de 300K e a altura h, indicada na figura, vale 20cm.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Determine a massa do êmbolo em kg.
Dados: $_{Patm}=10^5$Pa e g=10m/s^2.

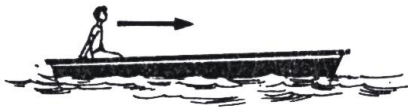
6. Um ciclista movimenta-se com sua bicicleta em linha reta a uma velocidade constante de 18km/h. O pneu, devidamente montado na roda, possui diâmetro igual a 70cm. No centro da roda traseira, presa ao eixo, há uma roda dentada de diâmetro 7,0cm. Junto ao pedal e preso ao seu eixo há outra roda dentada de diâmetro 20cm. As duas rodas dentadas estão unidas por uma corrente, conforme mostra a figura. Não há deslizamento entre a corrente e as rodas dentadas. Supondo que o ciclista imprima aos pedais um movimento circular uniforme, assinale a alternativa correta para o número de voltas por minuto que ele impõe aos pedais durante esse movimento. Nesta questão, considere π=3.



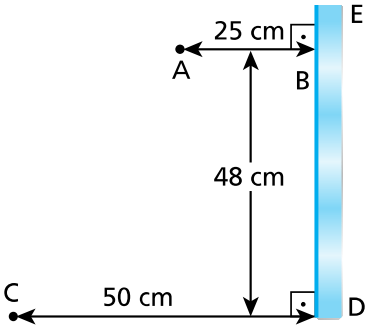
7. Um calorímetro de equivalente em água 10g, à temperatura ambiente (20°C), foi utilizado para misturar 200g de um líquido de calor específico 0,79cal/g °C, a 35°C, com um bloco de metal de massa 300g, a 150°C. Sabendo que a temperatura final atingida foi de 40°C, determine o calor específico do metal.

8. Um homem de massa m está sentado na popa de um barco em repouso, num lago. A massa do barco é M = 3m e seu comprimento é L = 8 m. O homem levanta-se e anda em direção à proa. Desprezando a resistência da água, determine a distância D que o bote percorre durante o percurso do homem da popa à proa.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



9. (UEL-PR) A figura representa um espelho plano E vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho:



Supondo que um raio de luz parta de A e atinja C por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de D, em centímetros:

a) 48
b) 40
c) 32
d) 24
e) 16

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Leo Gomes

24.11.2015

Gabarito

1. a) ≈4,5m/s b) 5cm c) 40cm
2. a) 3,0N b) $1,0.10^4 kg/m^3$
3. D
4. 60V
5. 100kg
6. 50rpm
7. 0,03cal/g°C
8. 2m
9. C

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Prova Específica 3

1. (UERJ) Um professor propõe a um aluno uma tarefa de matemática composta das etapas descritas a seguir.
1ª) Escrever o número de quatro algarismos da data de seu aniversário, dois referentes ao dia e dois referentes ao mês.
2ª) Misturar os quatro algarismos desse número formando um número N, de modo que a ordem das unidades de milhar não seja ocupada por zero.
3ª) Subtrair 1001 do número N, tantas vezes quantas forem necessárias, até obter o primeiro valor menor do que 1001.
4ª) Informar ao professor o valor obtido na 3ª etapa.
5ª) Calcular o resto R da divisão do número N, obtido na 2ª etapa, por 11.

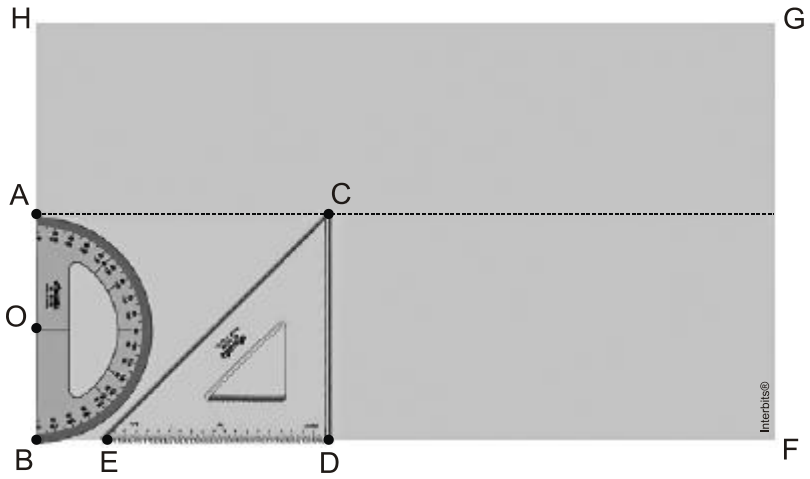
O professor consegue determinar o valor de R sem conhecer o valor de N.
Sabendo que o valor obtido na 3ª etapa foi 204, determine R.

2. (UERJ) Todas as *n* capitais de um país estão interligadas por estradas pavimentadas, de acordo com o seguinte critério: uma única estrada liga cada duas capitais.
Com a criação de duas novas capitais, foi necessária a construção de mais 21 estradas pavimentadas para que todas as capitais continuassem ligadas de acordo com o mesmo critério.
Determine o número *n* de capitais, que existiam inicialmente nesse país.

3. (UERJ) Para transportar areia, uma loja dispõe de um caminhão cuja caçamba tem 1 m de altura e a forma de um paralelepípedo retângulo de base quadrada. A maior distância entre dois pontos desse paralelepípedo é igual a 3 m.
Determine a capacidade máxima, em metros cúbicos, dessa caçamba.

4. (UERJ) A figura abaixo representa a superfície plana de uma mesa retangular BFGH na qual estão apoiados os seguintes instrumentos para desenho geométrico, ambos de espessuras desprezíveis:
– um transferidor com a forma de um semicírculo de centro O e diâmetro $\overline{AB}$;
– um esquadro CDE, com a forma de um triângulo retângulo isósceles.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.



Considere as informações abaixo:
$\overline{ED}$ está contido em $\overline{BF}$;
$\overline{OA}$ está contido em $\overline{BH}$;
$\overline{AB}$ = 10 cm;
$\overline{BD}$ = 13 cm.

Calcule a medida, em centímetros, do menor segmento que liga a borda do transferidor à borda do esquadro.

5. (UERJ) Para comprar os produtos A e B em uma loja, um cliente dispõe da quantia X, em reais. O preço do produto A corresponde a $\frac{2}{3}$ de X, e o do produto B corresponde à fração restante.
No momento de efetuar o pagamento, uma promoção reduziu em 10% o preço de A.
Sabendo que, com o desconto, foram gastos R$ 350,00 na compra dos produtos A e B, calcule o valor, em reais, que o cliente deixou de gastar.

6. (UERJ) Para enviar mensagens sigilosas substituindo letras por números, foi utilizado um sistema no qual cada letra do alfabeto está associada a um único número *n*, formando a sequência de 26 números ilustrada na tabela:

Letra	A	B	C	D	E	...	W	X	Y	Z
Número *n*	1	2	3	4	5	...	23	24	25	26

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Para utilizar o sistema, cada número *n*, correspondente a uma determinada letra, é transformado em um número *f*(*n*), de acordo com a seguinte função:

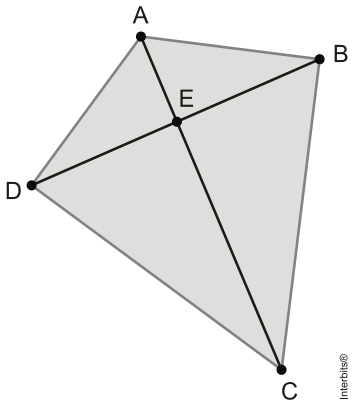
$$f(n)=\begin{cases}2n+3, \text{ se } 1\le n\le 10\\ 50-n, \text{ se } 11\le n\le 26\end{cases} \quad \text{na qual } n\in\square$$

As letras do nome ANA, por exemplo, estão associadas aos números [1 14 1]. Ao se utilizar o sistema, obtém-se a nova matriz [*f*(1) *f*(14) *f*(1)], gerando a matriz código [5 36 5].

Considere a destinatária de uma mensagem cujo nome corresponde à seguinte matriz código: [7 13 5 30 32 21 24].

Identifique esse nome.

7. (UERJ) Para construir a pipa representada na figura abaixo pelo quadrilátero ABCD, foram utilizadas duas varetas, linha e papel.



As varetas estão representadas pelos segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. A linha utilizada liga as extremidades A, B, C e D das varetas, e o papel reveste a área total da pipa.

Os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são perpendiculares em E, e os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são retos.

Se os segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{EC}$ medem, respectivamente, 18 cm e 32 cm, determine o comprimento total da linha, representada por $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$.

8. (UERJ) Considere a equação a seguir, que se reduz a uma equação do terceiro grau:

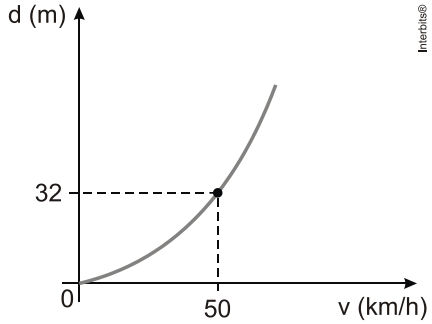
$$(x+2)^4 = x^4$$

Uma de suas raízes é real e as outras são imaginárias.

Determine as três raízes dessa equação.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

9. (UERJ) Distância de frenagem é aquela percorrida por um carro do instante em que seu freio é acionado até o momento em que ele para. Essa distância é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade que o carro está desenvolvendo no instante em que o freio é acionado.
O gráfico abaixo indica a distância de frenagem *d*, em metros, percorrida por um carro, em função de sua velocidade v, em quilômetros por hora.



Admita que o freio desse carro seja acionado quando ele alcançar a velocidade de 100 km/h.
Calcule sua distância de frenagem, em metros.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:
Na tabela abaixo, estão indicados os preços do rodízio de pizzas de um restaurante.

DIAS DA SEMANA	VALOR UNITÁRIO DO RODÍZIO (R$)
segunda-feira, terça-feira, quarta-feira e quinta-feira	18,50
sexta-feira, sábado e domingo	22,00

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

10. (UERJ) Considere um cliente que escolheu aleatoriamente dois dias de uma mesma semana para comer pizzas nesse sistema de rodízio, pagando também um rodízio em cada dia.
Calcule a probabilidade de que o valor total gasto pelo cliente nesses dois dias seja o mínimo possível.

11. (UERJ) Considere um cliente que foi a esse restaurante todos os dias de uma mesma semana, pagando um rodízio em cada dia.
Determine o valor médio que esse cliente pagou, em reais, pelo rodízio nessa semana.

12. (UERJ) Um jogo com dois participantes, A e B, obedece às seguintes regras:
- antes de A jogar uma moeda para o alto, B deve adivinhar a face que, ao cair, ficará voltada para cima, dizendo "cara" ou "coroa";
- quando B errar pela primeira vez, deverá escrever, em uma folha de papel, a sigla UERJ uma única vez; ao errar pela segunda vez, escreverá UERJUERJ, e assim sucessivamente;
- em seu enésimo erro, B escreverá n vezes a mesma sigla.

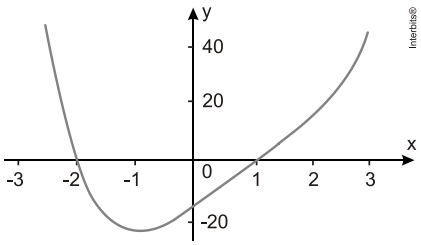
Veja o quadro que ilustra o jogo:

Ordem de erro	Letras escritas
1º	UERJ
2º	UERJUERJ
3º	UERJUERJUERJ
4º	UERJUERJUERJUERJ
- - -	
nº	UERJUERJUERJUERJ. . .UERJ

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

O jogo terminará quando o número total de letras escritas por B, do primeiro ao enésimo erro, for igual a dez vezes o número de letras escritas, considerando apenas o enésimo erro.
Determine o número total de letras que foram escritas até o final do jogo.

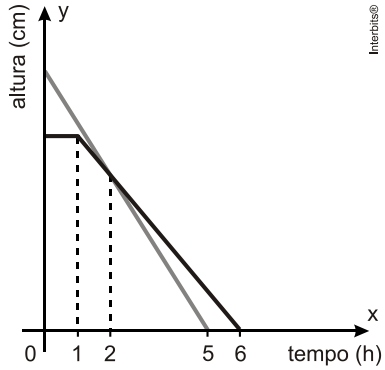
13. (UERJ)



O gráfico acima representa uma função polinomial P de variável real, que possui duas raízes inteiras e é definida por:
$P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 16x + m$

Determine o valor da constante representada por *m* e as quatro raízes desse polinômio.

14. (UERJ) Em um determinado dia, duas velas foram acesas: a vela A às 15 horas e a vela B, 2 cm menor, às 16 horas. Às 17 horas desse mesmo dia, ambas tinham a mesma altura. Observe o gráfico que representa as alturas de cada uma das velas em função do tempo a partir do qual a vela A foi acesa.



Calcule a altura de cada uma das velas antes de serem acesas.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

15. (UERJ) Para a realização de uma partida de futebol são necessários três árbitros: um juiz principal, que apita o jogo, e seus dois auxiliares, que ficam nas laterais. Suponha que esse trio de arbitragem seja escolhido aleatoriamente em um grupo composto de somente dez árbitros, sendo X um deles. Após essa escolha, um segundo sorteio aleatório é feito entre os três para determinar qual deles será o juiz principal.

Calcule a probabilidade de X ser o juiz principal.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

Gabarito

1. De acordo com as informações, temos que

$$\begin{aligned} N &= 1001\cdot k + 204 \\ &= 91\cdot 11\cdot k + 18\cdot 11 + 6 \\ &= 11\cdot(91\cdot k + 18) + 6, \end{aligned}$$

com $k \in \mathbb{Z}$.

Portanto, $R = 6$.

2. O número de estradas que ligam as n capitais é dado por $\binom{n}{2}$.

Com as duas novas capitais, temos que o número de estradas passou a ser de $\binom{n+2}{2} = \binom{n}{2} + 21$.

Portanto,

$$\begin{aligned} \binom{n+2}{2} = \binom{n}{2} + 21 &\Leftrightarrow \frac{(n+2)!}{2!\cdot n!} = \frac{n!}{2!\cdot(n-2)!} + 21 \\ &\Leftrightarrow \frac{(n+2)\cdot(n+1)}{2} = \frac{n\cdot(n-1)}{2} + 21 \\ &\Leftrightarrow n^2 + 3n + 2 = n^2 - n + 42 \\ &\Leftrightarrow n = 10. \end{aligned}$$

3. Seja a a aresta da base da caçamba.

Sabendo que a altura da caçamba mede $1\,\text{m}$, temos que a sua capacidade é dada por $a^2\cdot 1 = a^2$. Desse modo, como a diagonal do paralelepípedo mede $3\,\text{m}$ e a diagonal da base mede $a\sqrt{2}$, vem

$$\begin{aligned} 3^2 = (a\sqrt{2})^2 + 1^2 &\Leftrightarrow 2a^2 = 8 \\ &\Leftrightarrow a^2 = 4\,\text{m}^3. \end{aligned}$$

4. Adotando convenientemente um sistema de coordenadas cartesianas com origem no ponto B, temos o semicírculo centrado em $O = (0, 5)$, cujo raio vale 5, e a reta $\overleftrightarrow{EC}$, cuja equação é dada por

$$y - 0 = \text{tg}\,45^\circ\cdot(x - 3) \Leftrightarrow x - y - 3 = 0.$$

O menor segmento que une a borda do transferidor à borda do esquadro é o segmento perpendicular à reta $\overleftrightarrow{EC}$, cuja reta suporte passa por O. Portanto, como a distância do ponto O à reta $\overleftrightarrow{EC}$ é igual a

$$\frac{|0 - 5 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}\,\text{cm},$$ segue que a medida pedida é $(4\sqrt{2} - 5)\,\text{cm}$.

5. Se o cliente gastou $\text{R\$}\,350{,}00$, então

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

$$\frac{9}{10}\cdot\frac{2x}{3}+\frac{x}{3}=350 \Leftrightarrow \frac{3x}{5}+\frac{x}{3}=350$$
$$\Leftrightarrow 9x+5x=350\cdot 15$$
$$\Leftrightarrow x=25\cdot 15$$
$$\Leftrightarrow x=375.$$

Portanto, o cliente deixou de gastar $\frac{1}{10}\cdot\frac{2\cdot 375}{3}=\text{R\$ }25{,}00.$

6. De acordo com as informações, temos que

$f(n_1)=7 \Leftrightarrow 2n_1+3=7 \Leftrightarrow n_1=2,$
$f(n_2)=13 \Leftrightarrow 2n_2+3=13 \Leftrightarrow n_2=5,$
$f(n_3)=5 \Leftrightarrow 2n_3+3=5 \Leftrightarrow n_3=1,$
$f(n_4)=30 \Leftrightarrow 50-n_4=30 \Leftrightarrow n_4=20,$
$f(n_5)=32 \Leftrightarrow 50-n_5=32 \Leftrightarrow n_5=18,$
$f(n_6)=21 \Leftrightarrow 2n_6+3=21 \Leftrightarrow n_6=9$ e $f(n_7)=24 \Leftrightarrow 50-n_7=24 \Leftrightarrow n_7=26.$

Portanto, o nome da destinatária é Beatriz.

7. Sabendo que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é igual a $360°$ e que os ângulos ABC e ADC são retos, temos que o quadrilátero $ABCD$ é inscritível. Além disso, como $AC \perp BD,$ segue que $\overline{DE}=\overline{EB}$ e, portanto,

$$\overline{DE}\cdot\overline{EB}=\overline{AE}\cdot\overline{EC} \Leftrightarrow \overline{DE}^2=18\cdot 32$$
$$\Rightarrow \overline{DE}=\sqrt{9\cdot 2\cdot 32}$$
$$\Leftrightarrow \overline{DE}=3\cdot 8$$
$$\Leftrightarrow \overline{DE}=24\,\text{cm}.$$

Desse modo, como $\overline{AE}=18=3\cdot 6$ e $\overline{DE}=24=4\cdot 6,$ vem que $\overline{AD}=5\cdot 6=30.$ Por outro lado, como $\overline{EC}=32=4\cdot 8$ e $\overline{DE}=24=3\cdot 8,$ obtemos $\overline{CD}=5\cdot 8=40.$

Portanto, como os triângulos ABE e ADE são congruentes, bem como os triângulos BCE e $CDE,$ vem $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2\cdot 30+2\cdot 40=140\,\text{cm}.$

8. Fatorando a equação, obtemos

$$(x+2)^4=x^4 \Leftrightarrow [(x+2)^2]^2-(x^2)^2=0$$
$$\Leftrightarrow [(x+2)^2-x^2]\cdot[(x+2)^2+x^2]=0$$
$$\Leftrightarrow 8\cdot(x+1)\cdot(x^2+2x+2)=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=-1+i \text{ ou } x=-1-i.$$

9. Como d é diretamente proporcional ao quadrado de v e $100=2\cdot 50,$ segue que a distância de frenagem para a velocidade de $100\,\text{km/h}$ é igual ao quádruplo da distância de frenagem para a velocidade de $50\,\text{km/h},$ ou seja, $4\cdot 32=128\,\text{m}.$

10. Para que o valor total gasto no consumo de dois rodízios, em dias distintos, seja o mínimo possível, o cliente deverá ir até a pizzaria entre segunda-feira e quinta-feira,

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

inclusive. Essa escolha pode ser feita de $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ maneiras.

Por outro lado, pode-se escolher dois dias quaisquer da semana de $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21$ modos.

Portanto, a probabilidade pedida é dada por $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$.

11. O valor médio que o cliente pagou é dado por
$\frac{4 \cdot 18{,}5 + 3 \cdot 22}{4 + 3} = \text{R\$ } 20{,}00.$

12. A quantidade de letras escritas em cada erro constitui a sequência $(4, 8, 12, 16, \ldots, a_n)$, que é uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 4 e razão 4.
Se o jogo termina quando o número total de letras escritas por B, do primeiro ao enésimo erro, for igual a dez vezes o número de letras escritas, considerando apenas o enésimo erro, então:

$$\begin{aligned} S_n = 10a_n &\Leftrightarrow \frac{[a_1 + a_1 + (n-1)r]n}{2} = 10[a_1 + (n-1)r] \\ &\Leftrightarrow [2 \cdot 4 + (n-1) \cdot 4]n = 20 \cdot [4 + (n-1) \cdot 4] \\ &\Leftrightarrow (2 + n - 1) \cdot 4n = 20 \cdot 4n \\ &\Rightarrow n + 1 = 20 \\ &\Leftrightarrow n = 19. \end{aligned}$$

Portanto, o número total de letras que foram escritas até o final do jogo foi:
$10a_n = 10 \cdot (4 + 18 \cdot 4) = 760.$

13. Como o gráfico intersecta o eixo dos x nos pontos de abscissa -2 e 1, segue que:

$$\begin{aligned} P(-2) = P(1) = 0 &\Leftrightarrow 1^4 - 3 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 + 16 \cdot 1 + m = 0 \\ &\Leftrightarrow m = -16. \end{aligned}$$

Assim, $P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 16x - 16.$
Como -2 e 1 são raízes de P, temos que P é divisível por $(x+2)(x-1)$. Aplicando o dispositivo prático de Briot-Ruffini, vem:

-2	1	-3	2	16	-16
1	1	-5	12	-8	0
	1	-4	8	0	

Daí,

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

$$P(x)=(x+2)(x-1)(x^2-4x+8)=0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x=-2 \\ \text{ou} \\ x=1 \\ \text{ou} \\ x^2-4x+8=0 \end{vmatrix}.$$

Mas

$$\begin{aligned} x^2-4x+8=0 &\Leftrightarrow (x-2)^2+4=0 \\ &\Leftrightarrow x-2=\pm 2i \\ &\Leftrightarrow x=2\pm 2i. \end{aligned}$$

Portanto, $m=-16$ e as quatro raízes de P são $-2, 1, 2-2i$ e $2+2i$.

14. Sejam h e $h-2$, respectivamente, as alturas iniciais das velas A e B.
Como a reta que representa a variação da altura da vela A com o tempo t passa pelos pontos $(0,h)$ e $(5,0)$, vem:

$h_A(t)=\dfrac{0-h}{5-0}t+h=-\dfrac{h}{5}t+h$, em que $h_A(t)$ é a altura no instante t.

A reta que representa a variação da altura da vela B com o tempo t passa pelos pontos $(1,h-2)$ e $(6,0)$. Logo, $h_B(t)=\dfrac{0-(h-2)}{6-1}t+b=\dfrac{2-h}{5}t+b$, em que $h_B(t)$ é a altura no instante t e b é o valor inicial.
Daí,

$$h_B(6)=0 \Leftrightarrow \frac{(2-h)}{5}\cdot 6+b=0 \Leftrightarrow b=\frac{6h-12}{5}.$$

Como as velas têm a mesma altura para $t=2$, segue que:

$$\begin{aligned} h_A(2)=h_B(2) &\Leftrightarrow -\frac{h}{5}\cdot 2+h=\frac{(2-h)}{5}\cdot 2+\frac{6h-12}{5} \\ &\Leftrightarrow 3h=4-2h+6h-12 \\ &\Leftrightarrow h=8\,\text{cm}. \end{aligned}$$

Portanto, as velas A e B tinham, respectivamente, 8 cm e 6 cm antes de serem acesas.

15. Há $\binom{9}{2}=\dfrac{9!}{2!7!}=36$ modos de sortearmos 3 juízes entre os 10 disponíveis, de tal maneira que X esteja entre os sorteados. Por outro lado, podemos sortear 3 juízes quaisquer de $\binom{10}{3}=\dfrac{10!}{3!7!}=120$ maneiras distintas. Assim, a probabilidade do juiz X fazer parte do trio de arbitragem é $\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$. No 2º sorteio, X tem probabilidade

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.

igual a $\frac{1}{3}$ de ser o juiz principal. Portanto, X será o juiz principal com probabilidade $\frac{3}{10}.\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$.

Este conteúdo pertence ao Descomplica. Está vedada a cópia ou a reprodução não autorizada previamente e por escrito. Todos os direito reservados.