Triângulos: Condição de existência, lei angular, classificação e área

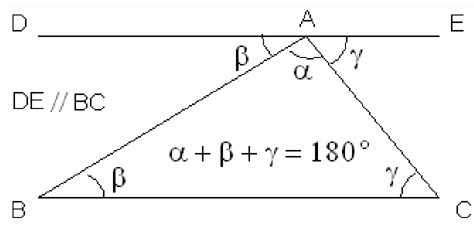
Resumo

Condição de existência

A condição de existência de um triângulo é: Num triângulo ABC, qualquer lado tem que ser menor que a soma dos outros dois e maior que o módulo da diferença, ou seja:

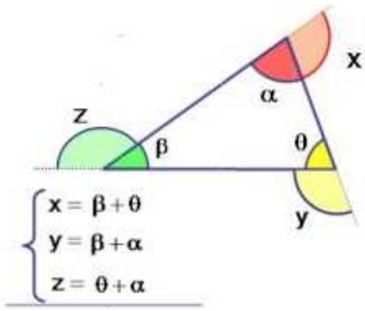
$$|b-c| < a < b+c$$
$$|a-c| < b < a+c$$
$$|a-b| < c < a+b$$

Lei angular



Teorema do ângulo externo

Seja ABC um triângulo qualquer, temos que o ângulo externo relativo a um vértice é igual a soma dos outros dois ângulos internos. Como no esquema:

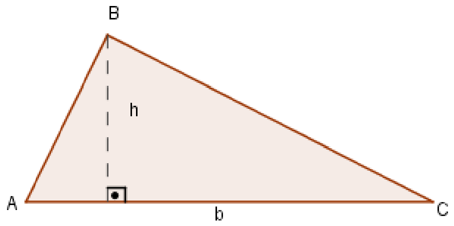


Classificação do triângulo

Quanto aos lados
Equilátero: Apresenta três lados congruentes
Isósceles: Apresenta dois lados congruentes (e ângulos da base iguais)
Escaleno: Apresenta três lados diferentes entre si (e três ângulos diferentes)

Quanto aos ângulos
Retângulo: Possui um ângulo interno de 90 graus (reto)
Acutângulo: Possui três ângulos internos agudos (menor que 90 graus)
Obtusângulo: Possui um ângulo obtuso (maior que 90 graus)

Área do Triângulo

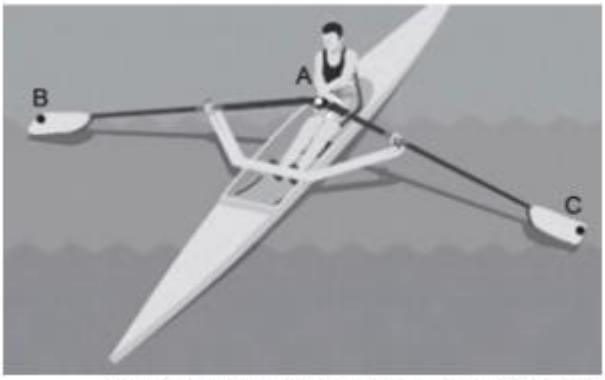


$$\boxed{A = \frac{b \times h}{2}}$$

Quer ver este material pelo Dex? Clique aqui

Exercícios

1. O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.

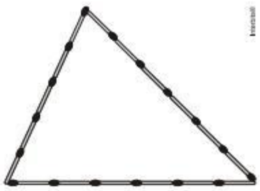


Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BÂC tem medida de 170°. O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

a) retângulo escaleno.
b) acutângulo escaleno.
c) acutângulo isósceles.
d) obtusângulo escaleno.
e) obtusângulo isósceles.

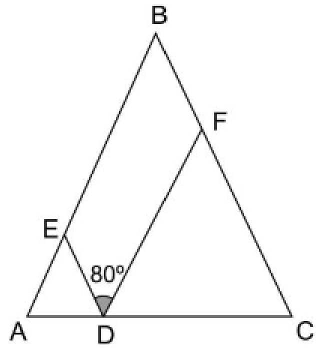
2. Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.



A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

a) 3
b) 5
c) 6
d) 8
e) 10

3. Na figura abaixo, tem-se que $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$ e $\overline{BA} = \overline{BC}$. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80º, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede:



a) 20º

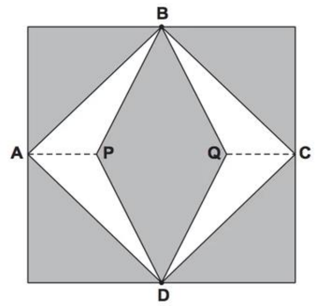
b) 30º

c) 50º

d) 60º

e) 90º

4. Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R\$50,00 o m^2. De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

a) R\$ 22,50

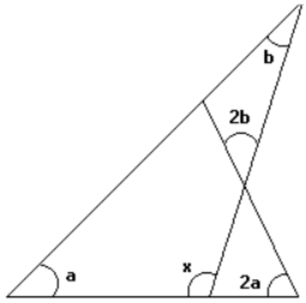
b) R\$ 35,00

c) R\$ 40,00

d) R\$ 42,50

e) R\$ 45,00

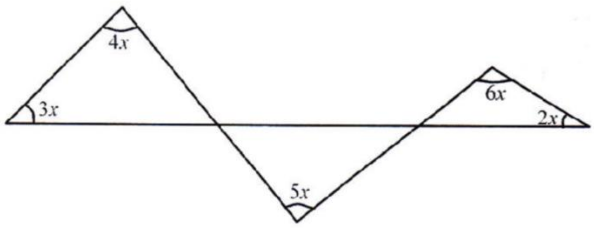
5. Observe a figura.



Nela, a, 2a, b, 2b, e x representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de x, em graus, é:

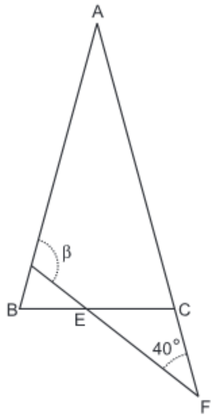
a) 100
b) 110
c) 115
d) 120
e) 130

6. Na figura abaixo, o ângulo x em graus pertence a qual intervalo?



a) [0,15]
b) [15,20]
c) [20,25]
d) [25,30]
e) [30,35]

7. Na figura, $\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{CE} = \overline{CF}$. A medida de β é:



a) 90°

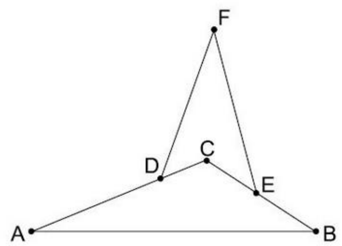
b) 120°

c) 110º

d) 130°

e) 140°

8. Sejam α, β, γ, λ e θ as medidas em graus dos ângulos $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $C\hat{D}F$, $C\hat{E}F$ e $D\hat{F}E$ da figura, respectivamente.



A soma α + β + γ + λ + θ é igual a:

a) 120°

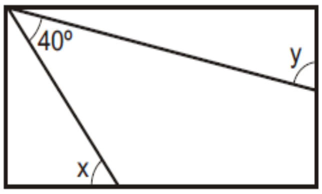
b) 150°

c) 180°

d) 210°

e) 240°

9. No retângulo, o valor em graus de α+β é:



a) 50º

b) 90º

c) 120º

d) 130º

e) 220º

10. Um triângulo isósceles tem dois lados congruentes (de medidas iguais) e o outro lado é chamado de base. Se em um triângulo isósceles o ângulo externo relativo ao vértice oposto da base mede 130°, então os ângulos internos deste triângulo medem:

a) 10°, 40° e 130°.

b) 25°, 25° e 130°.

c) 50°, 60° e 70°.

d) 60°, 60° e 60°.

e) 50°, 65° e 65°.

Gabarito

1. **E**

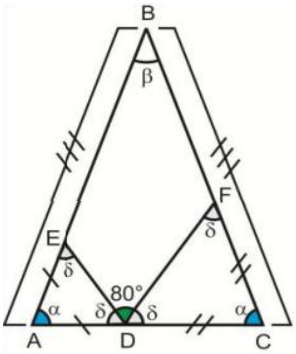
Como $\overline{AB} = \overline{AC}$, temos que o triângulo é isósceles. Como o ângulo BÂC = 170º, o triângulo é obtusângulo.

2. **A**

O perímetro do triângulo é de 17 palitos. Temos que esse triângulo deve ter um lado medindo 6 palitos. Desse modo, poderemos formar os triângulos com as seguintes medidas de lados, levando em consideração a condição de existência de um triângulo:
6-6-5 ; 7-6-4 ; 8-6-3

3. **A**

Observe a figura:



Sendo o triângulo ABC isósceles (AB = BC), os ângulos da base AC têm a mesma medida α. Os triângulos ADE e DCF são semelhantes porque são isósceles e possuem os ângulos dos vértices congruentes, logo os ângulos de suas bases também são congruentes e medem δ. Analisando a figura ao lado, conclui-se que:
ADE + EDF + FDC = 180
2δ + 80 = 180
2δ = 100
α = 80
2 α = 160
β = 20

4. **B**

A área da região clara pode ser calculada através do quádruplo da área do triângulo APB, visto que os triângulos APB, APD, CQD e CQB são congruentes, possuindo mesmas áreas.
A área da região clara é igual à área da região sombreada e pode ser calculada através da diferença da área do quadrado pela área clara:
1-0,25=0,75m².
Calcula-se o preço do vitral através do produto da área de cada região pelo preço do m² correspondente.
Preço= 0,25.50 + 0,75.30 = 12,5 + 22,5 = 35 reais.

5. **D**

Sabemos que X é igual 2a + 2b, pois x é ângulo externo do triângulo que possui os ângulos 2b (oposto pelo vértice) e 2a.

$x = 2a+2b$

$x= 2(a+b)$

e sabemos também que a+b+x=180, pois são ângulos de um triângulo.

Agora, substituímos o valor que encontramos de y na primeira, e colocamos nessa:

$a+b+x=180$

$a+b + 2(a+b) = 180$

$a+b+2a+2b=180$

$3a+3b=180$

simplificamos por 3:

$a + b = 60$

Agora voltamos na formula la de cima:

$x = 2(a+b)$

$x = 2 . 60$

$x = 120.$

6. **B**

1º triângulo:

$y + 3x + 4x = 180$

$y + 7x = 180$

$y = 180 - 7x$

2º triângulo:

$y + z + 5x = 180$

como $y = 180 - 7x$, então:

$180 - 7x + z + 5x = 180$

$z = 2x$

3º triângulo:

$z + 6x + 2x = 180$

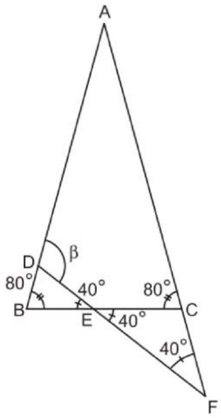
$2x + 6x + 2x = 180$

$10x = 180$

$x = 18^{\circ}$

7. B

Observe a figura:



O triângulo CEF é isósceles, pois CE = CF. Logo, BÊD = CÊF = CFE = 40. Como ACB é externo ao triângulo CEF, temos ACB = 40 + 40 = 80 graus.

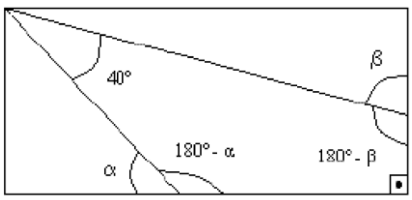
O triângulo ABC é isósceles, pois AB = AC. Logo, ABC = ACB = 80. Como β é externo ao triângulo BDE, temos β = 40 + 80 = 120 graus.

8. C

Trace uma paralela ao segmento DF passando pelo ponto A, determinando com AD um ângulo igual ao ângulo CDF , e uma paralela ao segmento FE passando pelo ponto B, determinando com BE um ângulo igual ao ângulo CEF. O ponto de encontro dessas paralelas formará um ângulo igual ao ângulo DFE. Daí vemos que: $\alpha + \beta + \gamma + \lambda + \theta = 180°$

9. D

Observe a figura:



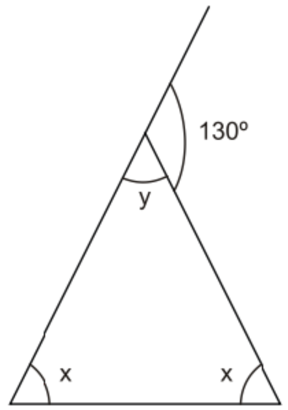
$40 + 180 - \alpha + 90 + 180 - \beta = 360$

$130 - \alpha - \beta = 0$

$\alpha + \beta = 130.$

10. E

Observe a figura:



Na figura, $y = 180° - 130° = 50°$

$130 = 2x \Rightarrow x = 65°$

Portanto os ângulos internos do triângulo medem 50°, 65° e 65°.