Mat.

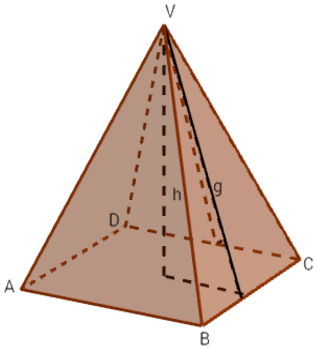
Professor: Alex Amaral
Luanna Ramos
Monitor: Roberta Teixeira

RESUMO

Pirâmide: Elementos e classificação.

Pirâmide é um sólido geométrico caracterizado por uma base sendo um polígono plano (mais comuns são quadrados, triângulos ou hexágonos) e por um ponto externo a ela, onde de cada vértice se liga um segmento de reta até o ponto.
Uma pirâmide regular é uma pirâmide cuja base é um polígono e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Nesse tipo de pirâmide, as arestas laterais são congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes.

Exemplo: Pirâmide de base quadrada



Base: ABCD
Arestas das bases: AB, AD, BC, CD

Arestas Laterais: AV, BV, CV, DV

Altura: h

Números de Faces = 5

Apótema da pirâmide: g (segmento com uma extremidade no vértice P e outra em alguma parte da base). Na pirâmide regular, teremos:

$$h^2 + m^2 = g^2$$

Uma pirâmide pode ser classificada de acordo com as bases:
Pirâmide triangular – a base é um triângulo;
Pirâmide quadrangular – a base é um quadrilátero;
Pirâmide pentagonal – a base é um pentágono;
Pirâmide hexagonal – a base é um hexágono;
E assim por diante.

Área da base

A área da base será o polígono formado.

Área lateral

A área da lateral será a soma das áreas das faces laterais.

Área Total

$$A_t = A_b + A_l$$

Volume

$$V = \frac{1}{3} A_B h$$

Onde: A_b = Área da base
A_l = Área lateral
A_t = Área total

EXERCÍCIOS

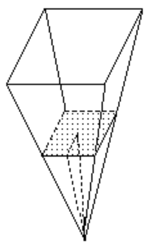
1. Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8m e a altura da pirâmide 3m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem 1m². Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:
a) 90
b) 100

c) 110
d) 120
e) 130

2. A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada, com 137m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isósceles cuja altura relativa à base mede 179m. A área da base dessa pirâmide, em m^2, é:
a) 13272
b) 26544
c) 39816
d) 53088
e) 79 432

3. A base de uma pirâmide reta é um quadrado cujo lado mede $8\sqrt{2}$ cm. Se as arestas laterais da pirâmide medem 17cm, o seu volume, em centímetros cúbicos, é:
a) 520
b) 640
c) 680
d) 750
e) 780.

4. Um técnico agrícola utiliza um pluviômetro na forma de pirâmide quadrangular, para verificar o índice pluviométrico de uma certa região. A água, depois de recolhida, é colocada num cubo de 10cm de aresta. Se, na pirâmide, a água atinge uma altura de 8cm e forma uma pequena pirâmide de 10cm de apótema lateral, então a altura atingida pela água no cubo é de :



a) 2,24 cm
b) 2,84 cm
c) 3,84 cm
d) 4,24 cm
e) 6,72 cm

5. Uma folha de papel colorido, com a forma de um quadrado de 20 cm de lado, será usada para cobrir todas as faces e a base de uma pirâmide quadrangular regular com altura de 12 cm e apótema da base medindo 5 cm. Após se ter concluído essa tarefa, e levando-se em conta que não houve desperdício de papel, a fração percentual que sobrará dessa folha de papel corresponde a:
a) 20 %
b) 16 %
c) 15 %
d) 12 %
e) 10 %

6. Em uma indústria de velas, a parafina é armazenada em caixas cúbicas, cujo lado mede a.
Depois de derretida, a parafina é derramada em moldes em formato de pirâmides de base quadrada, cuja altura e cuja aresta da base medem, cada uma, $\frac{a}{2}$.
Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que, com a parafina armazenada em apenas uma dessas caixas, enche-se um total de:

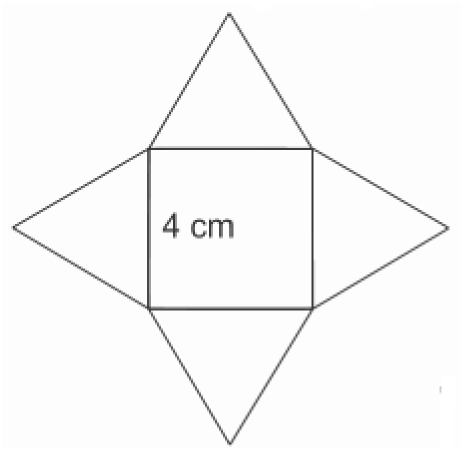
a) 6 moldes.
b) 8 moldes.
c) 24 moldes.
d) 32 moldes.

7. Desde a descoberta do primeiro plástico sintético da história, esse material vem sendo aperfeiçoado e aplicado na indústria. Isso se deve ao fato de o plástico ser leve, ter alta resistência e flexibilidade. Uma peça plástica usada na fabricação de um brinquedo tem a forma de uma pirâmide regular quadrangular em que o apótema mede 10 mm e a aresta da base mede 12 mm. A peça possui para encaixe, em seu interior, uma parte oca de volume igual a 78 mm^2.
O volume, em mm^3, dessa peça é igual a:
a) 1152.
b) 1074.
c) 402.
d) 384.
e) 306.

8. Se duplicarmos a medida da aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular e reduzirmos sua altura à metade, o volume desta pirâmide
a) será reduzido à quarta parte.
b) será reduzido à metade.
c) permanecerá inalterado.
d) será duplicado.
e) aumentará quatro vezes.

9. As arestas laterais de uma pirâmide reta medem 15 cm, e sua base é um quadrado cujos lados medem 18 cm. A altura dessa pirâmide, em centímetros, é igual a
a) $3\sqrt{5}$
b) $3\sqrt{7}$
c) $2\sqrt{5}$
d) $2\sqrt{7}$
e) $\sqrt{7}$

10. Temos, abaixo, a planificação de uma pirâmide de base quadrada, cujas faces laterais são triângulos equiláteros.



Qual é o volume, em m^3, dessa pirâmide?
a) $\frac{16}{3}\sqrt{3}$
b) $16\sqrt{3}$
c) 32

d) $\frac{32}{3}\sqrt{2}$

e) $\frac{64}{3}$

PUZZLE

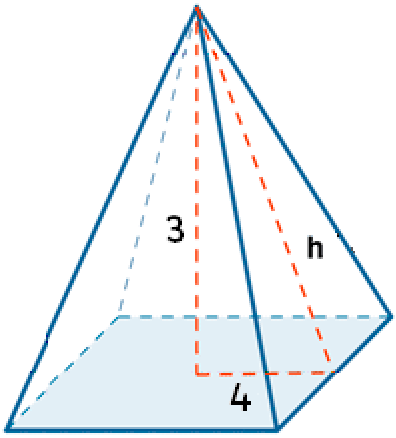
Dois amigos bêbados compraram 8 litros de vinho. Eles estavam caminhando, e na metade do caminho, decidem separar-se, repartindo antes o vinho igualmente. Para realizar as medidas há um barril de 8 litros (onde está o vinho), uma vasilha de 5 e outra de 3 litros. Como eles podem fazer para repartir igualmente o vinho?

GABARITO

Exercícios

1. a

   Temos que medir a área total das quatro faces da pirâmide. Para tal, precisamos saber o valor da base e da altura das faces. Como a pirâmide é regular, todas as faces laterais são iguais, e já sabemos que a base mede 8. Agora, só nos falta calcular a altura. Observe a figura:

   Por Pitágoras, descobrimos que h = 5. Assim, a área de cada face é dada por:

   $$S = \frac{b.h}{2} = \frac{8.5}{2} = 20$$

   $$S_t = 4.20 = 80 \text{ m}^2$$

   Como precisamos de uma margem de 10 m² de sobras, temos que comprar 90 m².

2. d

   Seja L/2 metade do lado do quadrado da base. Por Pitágoras, temos:

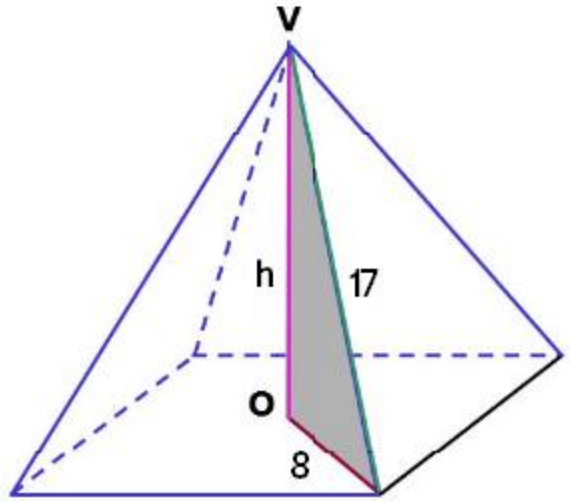
   $(L/2)^2 + 137^2 = 179^2$

   $L^2/4 = 179^2 - 137^2 = (179 + 137).(179 - 137) = 13.273$

   $L^2 = 4 \times 13.273 = 53\ 088$

3. b

   Observe a figura:



O segmento em vinho mede 8, pois é a metade da diagonal da base. Como sabemos, a base é um quadrado, e a diagonal de um quadrado mede L√2, ou seja, d = (8√2) √2 = 16. Como queremos a metade, temos que o segmento vale 8.
Por Pitágoras, calculamos h = 15.
Calculando o volume da pirâmide:

$$V = \frac{Sb.h}{3} = \frac{(8\sqrt{2})^2 15}{3} = 640$$

4. c
H = altura da água no pluviômetro
A = lado da base quadrada da superfície da água no pluviômetro
a = 8 = apótema da pirâmide
b = 10 = lado do cubo
h = altura da água no cubo

$(A/2)^2 + H^2 = a^2$
$(A/2)^2 + 8^2 = 10^2$
A = 12

Volume da água= V = (1/3).A^2.H
V = (1/3).12^2.8
V = 384 cm^3

Volume do cubo = V = b^2.h
384 = 10^2.h
h = 3,84 cm

5. e
A folha de papel possui (20 x 20) = 400cm² de área. A base da pirâmide é um quadrado de aresta 10cm, dobro do apótema da base. Calculando a área total da pirâmide, temos:

$$\mathbf{g} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$
$$\begin{cases} A(\text{lateral}) = 4.\dfrac{(10).13)}{2} = 2(130) = 260\text{cm}^2 \\ A(\text{base}) = (10)^2 = 100\text{cm}^2 \end{cases} \Rightarrow A(\text{total}) = 260 + 100 = 360\text{cm}^2$$

Sobrará da folha de papel 400cm² - 360cm² = 40cm². Valor que corresponde a 10% de 400cm².

6. c

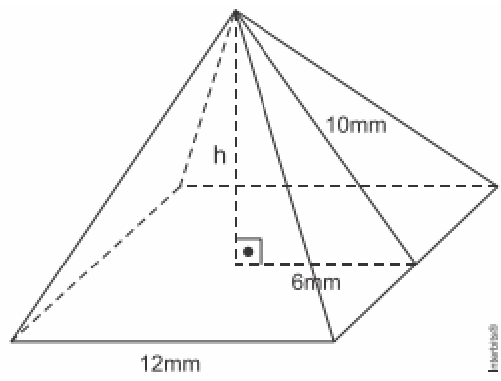
Sabemos que o volume V da caixa cúbica é a³. Agora, vamos calcular o volume de uma pirâmide cuja altura e aresta da base medem a/2. Usando a fórmula de volume, temos:

$$V' = \frac{(\frac{a}{2})^2 \times \frac{a}{2}}{3} = \frac{\frac{a^3}{8}}{3} = \frac{a^3}{24}$$

Por fim, V/V' = 24.

7. e

Observe:



Cálculo da altura da Pirâmide: $h^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow h = 8mm$

Volume da peça como diferença do volume da pirâmide e o volume da parte oca.

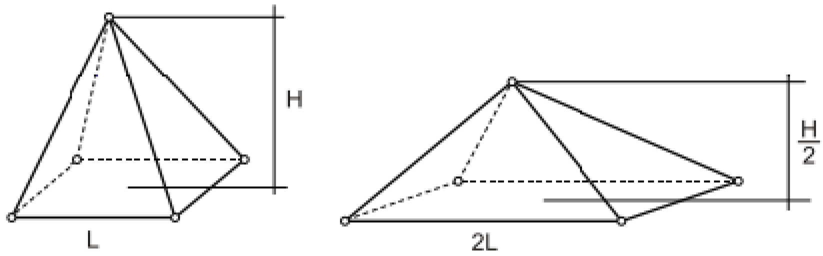
$V_{peça} = V_{pirâmide} - 78$

$V_{peça} = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 8 - 78$

$V_{peça} = 306mm^3$

8. d

Observe



$$V_{Pirâmide} = \frac{\text{Area da base} \times \text{Altura}}{3}.$$

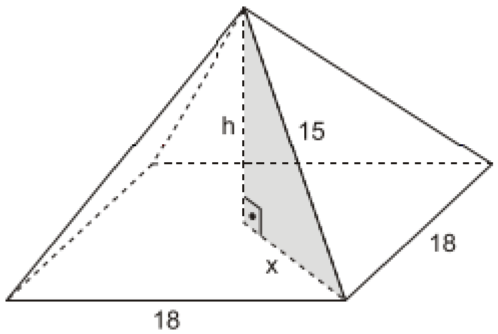
Portanto:

$$V_1 = \frac{L^2 \times H}{3} \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{(2L)^2 \times \frac{H}{2}}{3} = 2 \times \left(\frac{L^2 \times H}{3}\right).$$

Logo, $V_2 = 2V_1$

9. b

Observe:



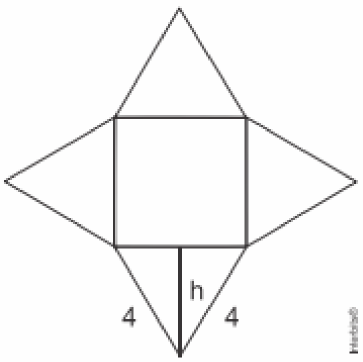
$$x = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\text{cm}$$

$$h^2 = 15^2 - (9\sqrt{2})^2 \Rightarrow h = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}\text{cm}$$

10. d

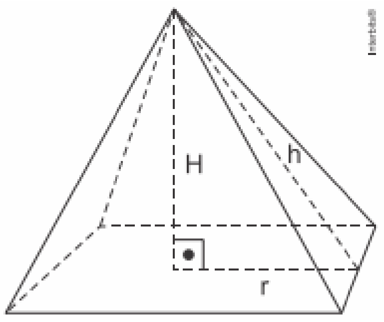
Observe:

Observe a figura a seguir:



$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

Observe a figura abaixo:



$$h^2 = H^2 + r^2 \Rightarrow \left(2\sqrt{3}\right)^2 = H^2 + (2)^2 \Rightarrow H = 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

Portanto,

$$V_{pir.} = \frac{L^2 \times H}{3} \Rightarrow V_{pir.} = \frac{(4)^2 \times 2\sqrt{2}}{3} = \frac{32}{3}\sqrt{2}\ \text{cm}^3$$

Puzzle

Seguimos os seguintes passos:
Enchemos a vasilha de 3 litros.
Passamos os 3 litros para a vasilha de 5 litros.
Enchemos outra vez a vasilha de 3 litros.
Enchemos a vasilha de 5 litros com a outra, sendo que sobrará 1 na de 3.
Esvaziamos a de 5 no barril.
Enchemos o litro da vasilha pequena na de 5.
Enchemos a de 3 e esvaziamos na de 5, que como já tinha 1, terá 1+3 = 4.
No barril **sobra 4 litros** para o outro amigo.