

Permutação simples e com repetição

Quer ver esse material pelo Dex? Clica [aqui](#).

Resumo

Permutações

Permutação simples de n objetos distintos

Dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se *permutação dos n elementos*, todo arranjo desses n elementos tomados n a n .

$$P = n!$$

Exemplo: q

Quantos são os anagramas da palavra "GRUPO"?

Como temos 5 letras:

$$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

Assim, podemos escrever 120 anagramas da palavra *GRUPO*.

Permutação com elementos repetidos

De modo geral, se temos n elementos dos quais n_1 são iguais a_1 , n_2 são iguais a a_2 , n_3 são iguais a a_3 , ..., n_r são iguais a a_r , o número de permutações possíveis é dado por:

$$P_n^{(n_1, n_2, n_3, \dots, n_r)} = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_r!}$$

Exemplo: Quantos são os anagramas da palavra "MATEMÁTICA"?

Dentre as 10 letras, existem três que se repetem: M (2 vezes), A (3 vezes) e T (2 vezes).

$$P_{10}^{(2,3,2)} = \frac{10!}{2!3!2!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4.3!}{2!3!2!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4}{2.1.2.1} = \frac{10.9.8.7.6.5.4}{4} = \frac{604800}{4} = 151200$$

Assim, podemos escrever 151 200 anagramas da palavra **Matemática**.

Exercícios

1. Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

- a) $10^2 \cdot 26^2$
 b) $10^2 \cdot 52^2$
 c) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
 d) $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
 e) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

2. O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.

Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913 é

- a) 24
 b) 31
 c) 32
 d) 88
 e) 89
3. Um grupo é formado por oito homens e cinco mulheres. Deseja-se dispor essas oito pessoas em uma fila, de modo que as cinco mulheres ocupem sempre as posições 1, 2, 3, 4 e 5, e os homens as posições 6, 7 e 8.



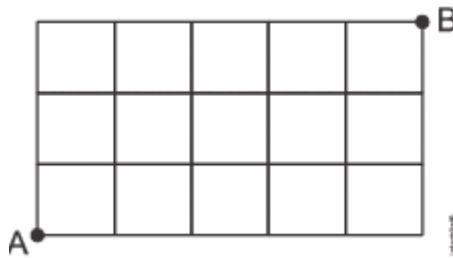
figura ilustrativa – fora de escala

Quantas formas possíveis de fila podem ser formadas obedecendo a essas restrições?

- a) 56
 b) 456
 c) 40320
 d) 72072
 e) 8648640

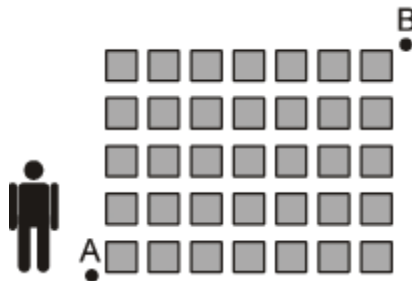
4. Uma estudante ainda tem dúvidas quanto aos quatro últimos dígitos do número do celular de seu novo colega, pois não anotou quando ele lhe informou, apesar de saber quais são não se lembra da ordem em que eles aparecem. Nessas condições, pode-se afirmar que o número de possibilidades para a ordem desses quatro dígitos é
- 240
 - 160
 - 96
 - 24
 - 16

5. Na figura a seguir as linhas horizontais e verticais representam ruas e os quadrados representam quarteirões. A quantidade de trajetos de comprimento mínimo ligando A a B é:



- 40.320
 - 6.720
 - 256
 - 120
 - 56
6. Seja n a quantidade de anagramas da palavra FILOSOFIA que possuem todas as vogais juntas. Temos que n vale:
- 1.800
 - 3.600
 - 4.800
 - 181.440
 - 362.880
7. A vendedora de roupas está arrumando os cabines da vitrine de uma loja. Ela deve pendurar 5 camisas, 3 bermudas e 2 casacos na vitrine, de modo que cada peça fique uma ao lado da outra sem sobreposição. Quantas são as disposições possíveis nessa arrumação, de modo que as peças de um mesmo tipo fiquem sempre juntas, lado a lado na vitrine?
- 20
 - 120
 - 1440
 - 4320
 - 8640

8. Quantos anagramas é possível formar com a palavra CARAVELAS, não havendo duas vogais consecutivas e nem duas consoantes consecutivas?
- 24
 - 120
 - 480
 - 1920
 - 3840
9. O número de candidatos inscritos para realização do último vestibular de verão, em um determinado curso, corresponde ao número de anagramas da palavra VESTIBULAR que começam por VE e terminam por AR. Esse número é igual a:
- 120
 - 240
 - 360
 - 540
 - 720
10. A figura mostra a planta de um bairro de uma cidade. Uma pessoa quer caminhar do ponto A ao ponto B por um dos percursos mais curtos. Assim, ela caminhará sempre nos sentidos “de baixo para cima” ou “da esquerda para a direita”. O número de percursos diferentes que essa pessoa poderá fazer de A até B é:



- 95040
- 40635
- 924
- 792
- 35

Gabarito

1. E

Existem $10 \cdot 10 = 10^2$ maneiras de escolher os dois algarismos e $52 \cdot 52 = 52^2$ maneiras de escolher as letras. Definidos os caracteres da senha, podemos dispô-los de $P_4^{(2,2)} = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$ modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$.

2. E

Começando com 1: $4! = 24$
 Começando com 3: $4! = 24$
 Começando com 5: $4! = 24$
 Começando com 71: $3! = 6$
 Começando com 73: $3! = 6$
 Começando com 751: $2! = 2$
 Começando com 753: $2! = 2$
 O próximo será 75913

Logo, $24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89$ (octogésima nona posição).

3. C



Permutando as mulheres nas cinco primeiras posições, temos:
 $P_5 = 5! = 120$

Calculando todas as sequências de três homens possíveis, escolhidos em um total de 8, temos:
 $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Portanto, o número de formas possíveis de fila que podem ser formadas e obedecendo a essas restrições são:
 $P = 120 \cdot 336 = 40.320$

4. D

Considerando que estes **quadro dígitos são distintos**, o número de possibilidades para a ordem desses quatro dígitos é:
 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

5. E

$$P_n^{\alpha, \beta, \theta, \dots} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \theta! \dots} \Rightarrow P_8^{5,3} = \frac{8!}{5! 3!} = 56$$

6. A

Considerando todas as vogais como uma única letra, segue que a resposta é dada por

$$P_5^{(2)} \cdot P_5^{(2,2)} = \frac{5!}{2!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 60 \cdot 30 = 1.800.$$

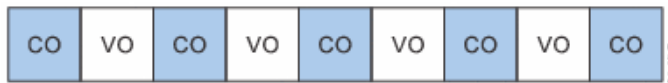
7. E

Supondo que as peças de um mesmo grupo (camisas, bermudas e casacos) sejam distinguíveis, há $P_5 = 5! = 120$ maneiras de arrumar as camisas, $P_3 = 3! = 6$ modos de arrumar as bermudas e $P_2 = 2!$ maneiras de arrumar os casacos. Além disso, ainda podemos arrumar os 3 grupos de $P_3 = 3! = 6$ modos.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o resultado pedido é $120 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 8640$.

8. C

A palavra CARAVELAS possui 5 consoantes e 4 vogais, a única configuração possível dos anagramas que apresenta as vogais e consoantes alternadas será dada abaixo, onde CO é uma consoante e VO é uma vogal.



Temos então 5 consoantes distintas e 4 vogais com 3 repetidas. Logo, o número N de anagramas pedido será dado por:

$$N = P_5 \cdot P_4^3 = 5! \cdot \frac{4!}{3!} = 480$$

9. E

Permutando as letras S, T, I, B, U, L, temos, uma permutação simples:

VE AR

$$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

10. D

D = para direita

C = para cima

Em qualquer caminho mais curto a pessoa terá que se deslocar 7 vezes para direita e 5 vezes para cima, em qualquer ordem.

Exemplo: DDCDCDDCCDCD

Logo, o número de percursos será dado por:

$$P_{12}^{7,5} = \frac{12!}{7! \cdot 5!} = 792$$